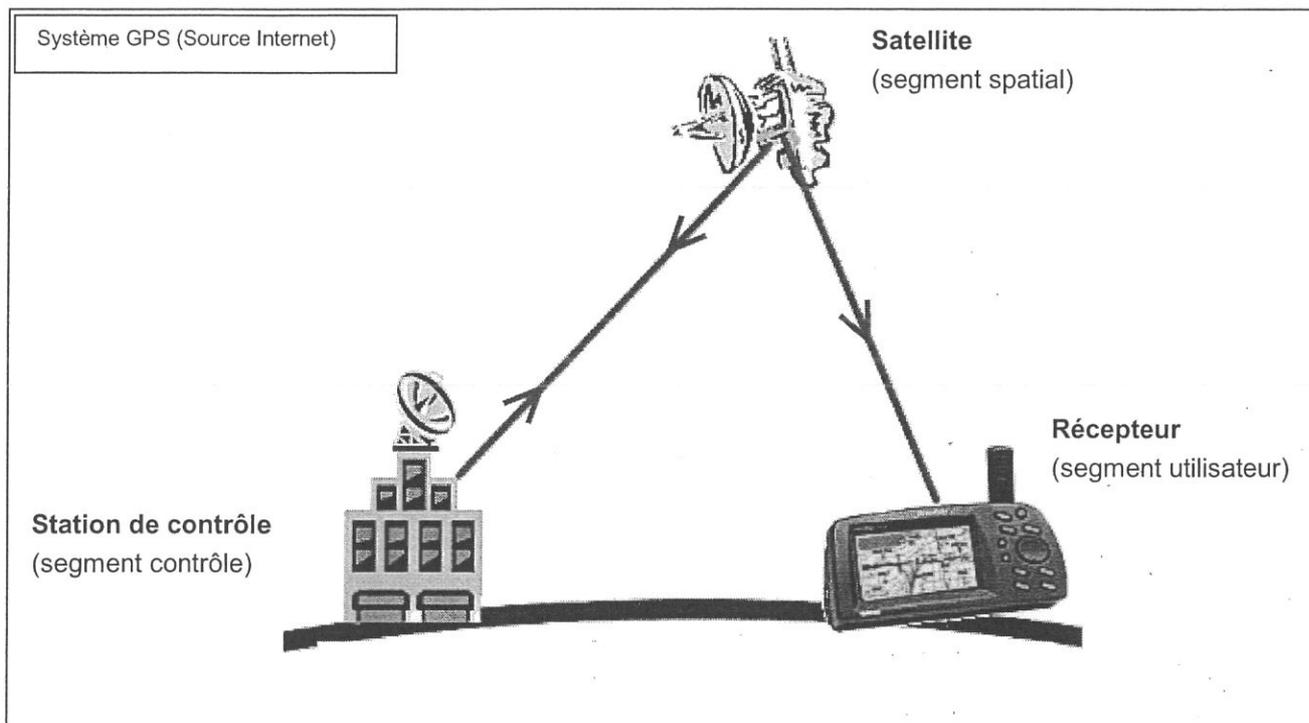


# Réception d'un signal GPS

## Présentation du système GPS

Le système GPS (Global Positioning System) a pour fonction principale de donner la localisation d'un utilisateur de ce système sur le globe terrestre. Il a été développé par les États-Unis.

Ce système est constitué de trois parties appelées segments : le segment spatial, le segment de contrôle et le segment utilisateur comme indiqué sur la figure ci-dessous.



- Le segment spatial correspond à une flotte d'au moins 24 satellites qui naviguent autour de la terre sur 6 orbites distinctes. Ces satellites sont judicieusement positionnés autour de la terre pour que le récepteur puisse recevoir simultanément les signaux émis par au moins 4 satellites. Chaque satellite est repéré par un code qui lui est propre.
- Le segment de contrôle comprend une station maîtresse et cinq stations de surveillance réparties autour de la terre. Ces dernières captent les signaux émis par les satellites et les transmettent à la station maîtresse. Cette dernière analyse les informations, détecte les dysfonctionnements et apporte les corrections qu'elle transmet aux satellites.
- Le segment utilisateur est formé du récepteur GPS qui dispose d'une antenne de réception. Ce récepteur est un ordinateur qui, à partir des signaux émis par les satellites, effectue, selon l'usage et la précision souhaitée, des calculs de position, de vitesse, d'heure, de date ... Le récepteur est capable de reconnaître les satellites car il dispose de l'ensemble des codes émis par ceux-ci.

## Structure du signal GPS émis par les satellites

- Chaque satellite génère deux porteuses sinusoïdales de fréquence  $F_1$  et  $F_2$  :  
$$F_1 = 1575,42 \text{ MHz} \quad F_2 = 1227,60 \text{ MHz.}$$
- Ces deux porteuses sont modulées en phase par des signaux numériques binaires (modulation BPSK) qui sont des codes pseudo-aléatoires (code C/A destiné aux applications civiles et code P réservé aux applications militaires) :
  - le code C/A est émis avec un débit binaire  $d_1$  de 1,023 mégabit par seconde,
  - le code P est émis avec un débit binaire  $d_2$  tel que  $d_2 = 10.d_1$ .
- La porteuse à la fréquence  $F_1 = 1575,42 \text{ MHz}$  transmet le code C/A et le code P. Ces deux codes sont émis en quadrature de phase.  
La porteuse à la fréquence  $F_2 = 1227,6 \text{ MHz}$  transmet uniquement le code P.
- Les données proprement dites (position et état du satellite, heure exacte d'émission du message, paramètres d'horloge, ...) à transmettre au récepteur ont un débit binaire  $d = 50 \text{ bits/s}$ . Elles sont "insérées" dans chaque code mais n'en modifient pas le débit.
- Ces données ainsi que les deux codes C/A et P sont propres à chaque satellite.

## Densité spectrale de puissance du signal GPS

La norme définie par l'Union Internationale des Télécommunications (ITU) pour les liaisons satellite-terre dans la bande de 1,525 GHz à 2,500 GHz impose que la densité spectrale de puissance du signal émis soit suffisamment faible pour ne pas interférer avec les lignes de communications.

Cela implique l'utilisation d'une méthode d'**étalement de spectre** : la **puissance totale** émise est toujours **la même** mais la densité spectrale de puissance, notée **DSP**, est d'autant plus faible que le spectre en puissance est étendu.

Ce sujet est composé de quatre parties indépendantes :

Partie A : Localisation

Partie B : Modulation BPSK - Étalement de spectre

Partie C : Translation de fréquence

Partie D : Génération des fréquences

BTS SYSTÈMES ELECTRONIQUES – Étude d'un système technique		Session 2013
U4.2 – PHYSIQUE APPLIQUÉE – Sujet	Code : 13SEE4PA1	Page : 2 sur 16

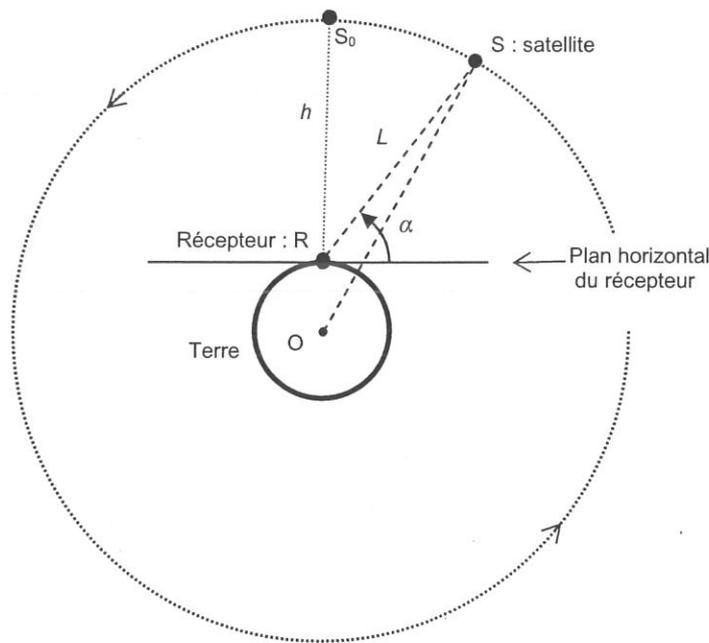
## A. Localisation

On s'intéresse à divers phénomènes pouvant provoquer une erreur de localisation du récepteur. L'étude s'appuie sur un modèle simplifié.

Le satellite  $S$  tourne autour de la Terre supposée sphérique, à une altitude constante  $h = RS_0 = 20\,200$  km.

À un instant donné, le satellite  $S$  apparaît pour le récepteur  $R$  sous un angle  $\alpha$  au-dessus de l'horizon.

On se place dans le cas de la **figure 1**.



**Figure 1**

### I. Principe de la localisation

On détermine la distance  $L = RS$  entre le satellite et le récepteur. Cette distance est proportionnelle à la durée  $t_R$  mise par l'onde électromagnétique pour se propager du satellite  $S$  au récepteur  $R$ .

On rappelle qu'une onde électromagnétique se propage dans le vide ou dans l'air à la vitesse  $c_0 = 3,0 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup>.

La **figure 2** représente la variation de cette distance en fonction de l'angle  $\alpha$ .

BTS SYSTÈMES ELECTRONIQUES – Étude d'un système technique		Session 2013
U4.2 – PHYSIQUE APPLIQUÉE – Sujet	Code : 13SEE4PA1	Page : 3 sur 16

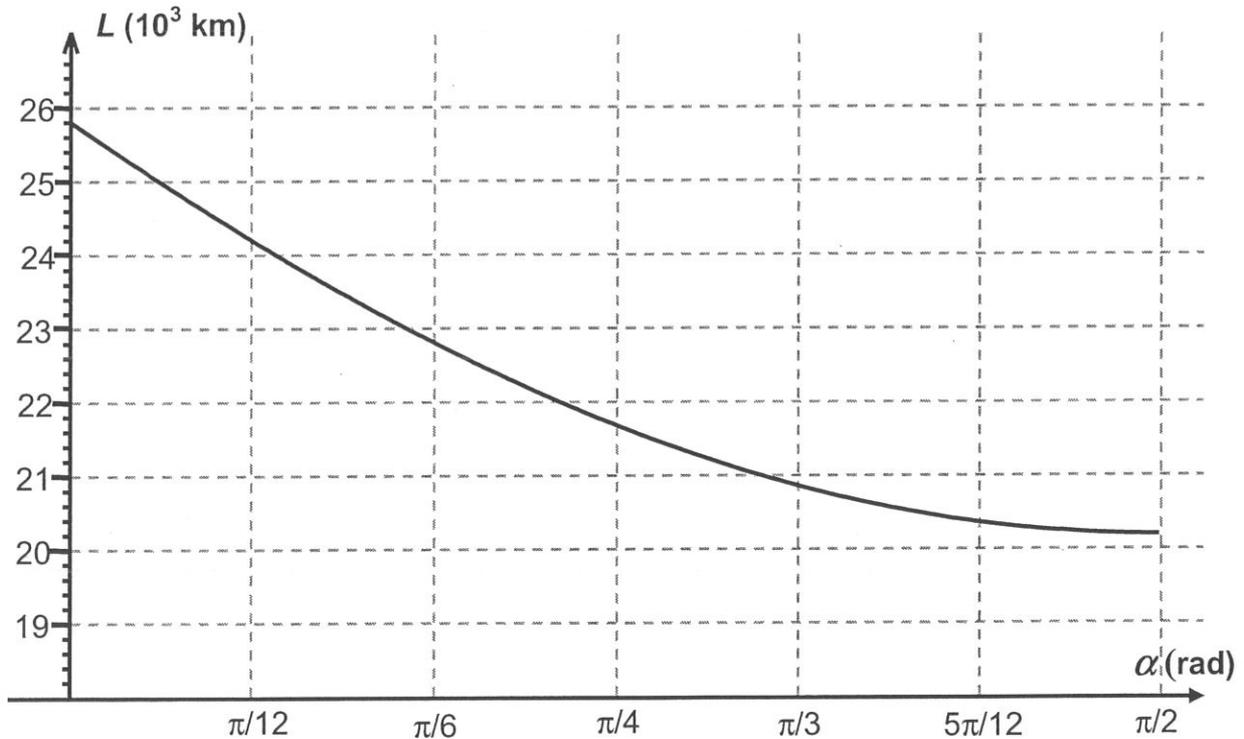


Figure 2

1. Après avoir déterminé la valeur de  $L$  pour  $\alpha = \pi/4$ , montrer que la durée  $t_R$ , pour cette valeur de l'angle, vaut 72 ms.

## 2. Erreur de localisation

Le décalage entre les horloges de l'émetteur d'une part et du récepteur d'autre part provoque une incertitude  $\Delta t_R$  sur la durée  $t_R$ . On prend  $\Delta t_R = 15$  ns.

2.1 Calculer la distance  $\Delta L$  parcourue par l'onde pendant la durée  $\Delta t_R$ .

2.2 Erreur de localisation dans le plan horizontal

Pendant la durée  $t'_R = t_R + \Delta t_R$ , respectivement  $t_R - \Delta t_R$ , l'onde électromagnétique parcourt la distance  $L' = L + \Delta L$ , respectivement  $L - \Delta L$ . L'information donnée peut donc correspondre, sur la surface terrestre, à un autre point  $R'$ , respectivement  $R''$ , et induire une erreur de localisation  $RR'$ , respectivement  $RR''$ . Voir **figure 3** page suivante.

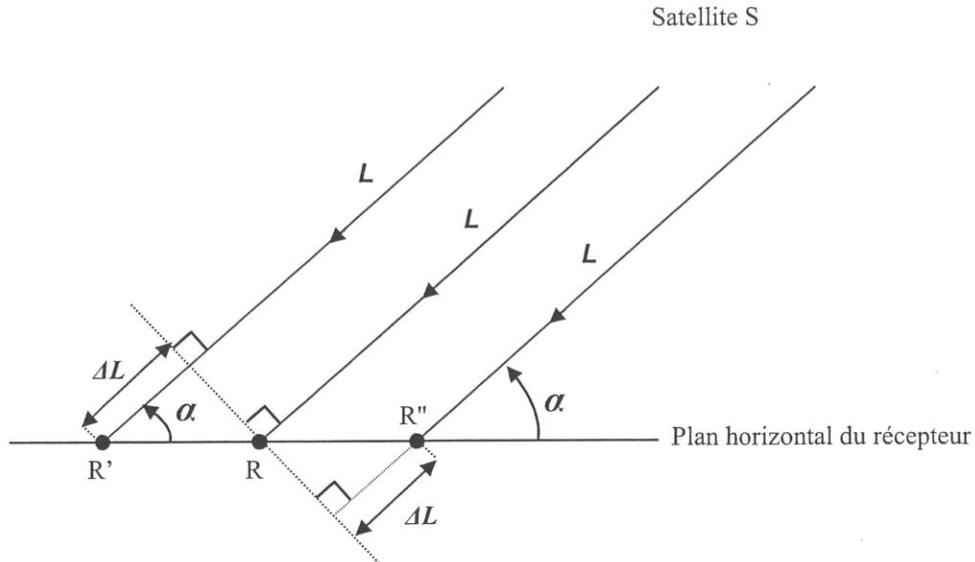


Figure 3

2.2.1 Justifier la relation :

$$RR' = \frac{\Delta L}{\cos \alpha}$$

2.2.2 Calculer la valeur numérique de  $RR'$  pour  $\alpha = 45^\circ$  puis  $\alpha = 85^\circ$ .

2.2.3 Le constructeur indique une erreur de localisation inférieure à 8 m pour 95% des mesures. Commenter les résultats précédents.

2.2.4 Indiquer le paramètre sur lequel il faut agir pour limiter l'erreur de localisation  $RR'$ .

2.2.5 Indiquer le problème qui se pose lorsque le satellite se situe à la verticale du plan horizontal du récepteur.

## II. Traversée de l'ionosphère

L'ionosphère est une couche de l'atmosphère terrestre, située entre 50 km et 500 km d'altitude environ, caractérisée par la présence de charges électriques libres. Ces charges perturbent la propagation des ondes électromagnétiques. L'étude suivante, menée en régime sinusoïdal, montre comment on parvient à s'affranchir de cette difficulté dans le système GPS.

On ne tient pas compte de l'atténuation subie par le signal au cours de la propagation.

### 1. Influence de l'ionosphère négligée

On suppose que le satellite émet un signal sinusoïdal unique :

$$V_{E1}(t) = V_{EM} \sin(\omega_1 t) \text{ avec } \omega_1 = 2\pi F_1 \text{ et } F_1 = 1575,42 \text{ MHz.}$$

BTS SYSTÈMES ELECTRONIQUES – Étude d'un système technique	Session 2013
U4.2 – PHYSIQUE APPLIQUÉE – Sujet	Code : 13SEE4PA1 Page : 5 sur 16

1.1 Le récepteur capte un signal  $v_{R1}$  retardé par rapport à  $v_{E1}$  de  $t_R = \frac{L}{c_0}$ .

Montrer que  $v_{R1}(t)$  s'écrit :  $v_{R1}(t) = V_{EM} \sin(\omega_1 t - \varphi_1)$ .  
Donner l'expression de  $\varphi_1$  en fonction de  $\omega_1$ ,  $L$  et  $c_0$ .

1.2 Le récepteur GPS permettant la mesure de  $\varphi_1$  avec une très grande précision, montrer qu'il est possible d'en déduire la valeur de  $L$ .

## 2. Prise en compte de l'ionosphère

En fait, en tenant compte de l'influence de l'ionosphère, le signal capté par le récepteur s'écrit :

$$v'_{R1}(t) = V_{EM} \sin(\omega_1 t - \varphi'_1) \text{ avec } \varphi'_1 = \frac{\omega_1 L}{c_0} - \frac{K}{\omega_1}$$

Ici, contrairement à la question II.1.2, il n'est pas possible de déduire  $L$  de la mesure de  $\varphi'_1$  car la constante  $K$ , indépendante de la fréquence, est mal connue et très sensible aux conditions météorologiques et à l'activité solaire.

On considère maintenant que le satellite émet deux porteuses sinusoïdales :

$$v_{E1}(t) = V_{EM} \sin(\omega_1 t) \text{ avec } \omega_1 = 2\pi F_1 \text{ et } F_1 = 1575,42 \text{ MHz,}$$
$$v_{E2}(t) = V_{EM} \sin(\omega_2 t) \text{ avec } \omega_2 = 2\pi F_2 \text{ et } F_2 = 1227,60 \text{ MHz.}$$

Les signaux reçus correspondant s'écrivent donc :

$$v'_{R1}(t) = V_{EM} \sin(\omega_1 t - \varphi'_1) \quad \text{et} \quad v'_{R2}(t) = V_{EM} \sin(\omega_2 t - \varphi'_2)$$

2.1 Donner les expressions de  $\varphi'_1$  et  $\varphi'_2$  en fonction de  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $L$ ,  $K$  et  $c_0$ .

2.2 En combinant ces deux expressions, montrer que l'on obtient :

$$L = c_0 \cdot \frac{(\omega_1 \varphi'_1 - \omega_2 \varphi'_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)}$$

2.3 Justifier l'intérêt des deux porteuses.

## B. Modulation BPSK – Étalement de spectre

Chaque satellite transmet des données binaires au récepteur GPS. Ces données modulent une porteuse  $u_p$  grâce à une modulation BPSK, modulation de phase binaire.

### I. Principe de la modulation

On note :

- $\{u_k\}$ , la suite de valeurs correspondant aux données binaires à transmettre, par exemple :  $\{u_k\} = \{\dots 1, 1, 0, 1, 0, 0, \dots\}$ . On note  $T_B$  la durée d'un bit.
- $u_p(t) = A \cos(\omega_p t)$ , la porteuse de fréquence  $f_p$  avec  $f_p = \frac{1}{T_p}$ .
- $u_m(t) = A \cos(\omega_p t + \Phi)$ , le signal modulé.

Dans le cas de la modulation de phase binaire,  $\Phi = u_k \cdot \pi$  avec  $u_k = 0$  ou  $1$ .

1. Montrer que  $u_m(t)$  peut prendre deux formes :

$$u_m(t) = + A \cos(\omega_p t) \quad u_m(t) = - A \cos(\omega_p t)$$

2. En déduire que le signal  $u_m$  peut alors se mettre sous la forme :

$u_m(t) = D(t) \cdot A \cos(\omega_p t)$  en explicitant les valeurs prises par  $D(t)$  en fonction de celles prises par  $u_k$ .

3. La durée  $T_B$  d'un bit est de 20 ms. On suppose que  $T_B = 4T_p$ . On a relevé le chronogramme de  $u_m$  sur le **document réponse 1**.

3.1. Représenter en concordance de temps le chronogramme de  $D(t)$ .

3.2. Indiquer en concordance de temps la séquence  $\{u_k\}$ .

### II. Étalement de spectre

La densité spectrale de puissance unilatérale de  $D$  est représentée en trait plein sur la **figure 4** page suivante.

Dans le cas où le débit des données binaires est doublé, on a représenté cette même grandeur en pointillés sur la **figure 4**.

1. Indiquer et justifier l'évolution de la hauteur et de la largeur du lobe principal de la densité spectrale de puissance unilatérale de  $D$  quand le débit est doublé.

BTS SYSTÈMES ELECTRONIQUES – Étude d'un système technique		Session 2013
U4.2 – PHYSIQUE APPLIQUÉE – Sujet	Code : 13SEE4PA1	Page : 7 sur 16

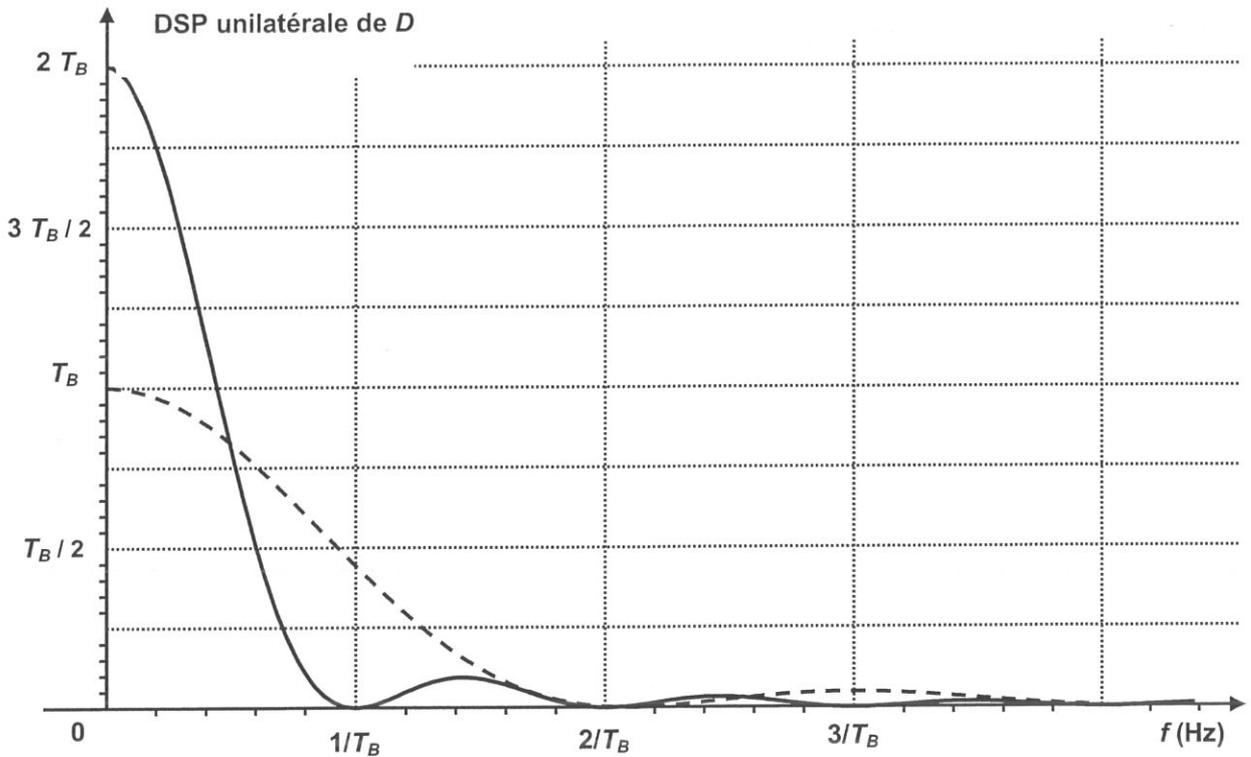


Figure 4

2. On a représenté sur le **document réponse 2** la densité spectrale de puissance du signal modulé  $u_m$ .  $P$  est la puissance totale émise.
  - 2.1 Justifier la valeur numérique de la fréquence centrale.
  - 2.2 Tracer, dans le cas où le débit des données binaires est doublé, la DSP de  $u_m$  sur le **document réponse 2**. On suppose que  $f_p$  n'est pas modifiée.
  - 2.3 En comparant le débit  $d$  des données à transmettre avec les débits  $d_1$  et  $d_2$  des codes C/A et P, justifier l'intérêt d'insérer ces données dans les codes C/A et P.

### 3. Application au signal GPS

Une représentation du spectre du signal émis par un satellite est donnée sur le **document réponse 3**.

En exploitant les informations données dans la présentation page 2 « **Structure du signal GPS émis par les satellites** », ainsi que les résultats précédents, indiquer sur le **document réponse 3** et en justifiant la réponse :

- les parties du spectre correspondant à l'émission du code P et du code C/A.
- les valeurs numériques de  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$ , largeur des lobes centraux centrés sur les fréquences  $F_1$  et  $F_2$ .

### III. Réception du signal GPS

Les tentatives pour relever avec un analyseur de spectre le spectre du signal GPS représenté sur le **document réponse 3** se sont soldées par un échec. L'étude qui suit a pour but d'en expliquer la raison.

On note  $P$  la puissance exprimée en W et  $P_{dBW}$  cette même puissance exprimée en dBW.

On définit  $P_{dBW}$  par :  $P_{dBW} = 10 \log\left(\frac{P}{P_0}\right)$  avec  $P_0 = 1 \text{ W}$

#### 1. Densité spectrale du signal GPS

La norme impose que la puissance du signal reçu par l'antenne du GPS soit comprise entre - 160 dBW et - 154 dBW.

On suppose que le récepteur reçoit la puissance maximale admissible  $P_{dBW} = -154 \text{ dBW}$ .

La valeur du pic  $p_M$  (exprimée en W/Hz) de la densité spectrale du signal modulé reçu est liée à la puissance  $P$  (en W) du signal reçu et au débit binaire  $d_1$  du code C/A par la relation :

$$p_M = \frac{P}{d_1}$$

Rappel : le débit du code C/A est  $d_1 = 1,023 \text{ mégabits/s}$ .

On note  $p_{M \text{ dBW/Hz}}$  le pic de la densité spectrale du code C/A en dBW/Hz.

Vérifier que  $p_{M \text{ dBW/Hz}}$  est égal à - 214 dBW/Hz.

#### 2. Densité spectrale du bruit de réception

L'étage d'entrée du récepteur GPS est schématisé **figure 5**.

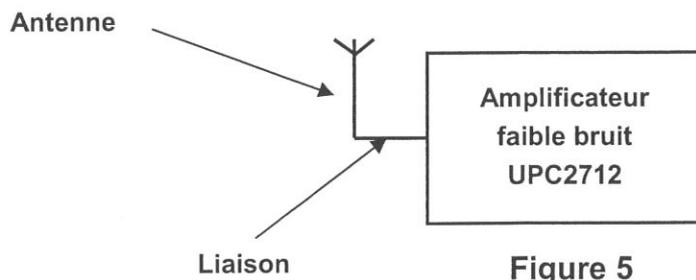


Figure 5

Le bruit de réception de densité spectrale de puissance  $N_0$  (en W/Hz) se détermine à partir de la température équivalente de bruit  $T_{eq}$  à l'entrée de la chaîne de réception par la relation :

$N_0 = k_B \cdot T_{eq}$  avec  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  constante de Boltzman

$$T_{eq} = T_1 + T_2 + T_3.$$

Les grandeurs  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  sont définies ci-après :

- $T_1 = \frac{T_a}{a}$  correspond à la température de bruit de l'antenne avec  $a$  coefficient d'atténuation apportée par la liaison.
- $T_2 = (a-1)\frac{T_0}{a}$  correspond à la température de bruit de la liaison entre l'antenne à l'amplificateur.
- $T_3 = T_0(b-1)$  correspond à la température de bruit de l'amplificateur avec  $b$  facteur de bruit de l'amplificateur.

On donne  $T_a = 130$  K,  $T_0 = 290$  K température du récepteur et  $a = 1,10$ .

La documentation technique de l'amplificateur indique la valeur facteur de bruit :

$$NF = 10 \log(b) = 5 \text{ dB}$$

- 2.1 Calculer la température de bruit qu'apporte chaque élément de la chaîne.
- 2.2 En déduire la densité spectrale de puissance  $N_0$  du bruit de réception.
- 2.3 Vérifier que la valeur de  $N_{0dBW/Hz}$  est voisine de  $-200$  dBW/Hz.

### 3. Conclusion

En comparant  $N_{0dBW/Hz}$  et  $p_M$  dBW/Hz, justifier les difficultés rencontrées pour l'observation à l'analyseur de spectre et le traitement du signal GPS.

Remarque : la multiplication du signal reçu par le code implanté dans le récepteur apporte un accroissement de plus de 30 dB au signal et permet ainsi le traitement du signal GPS.

## C. Translation de fréquence

Après réception et traitement, le signal GPS subit une translation de fréquence.

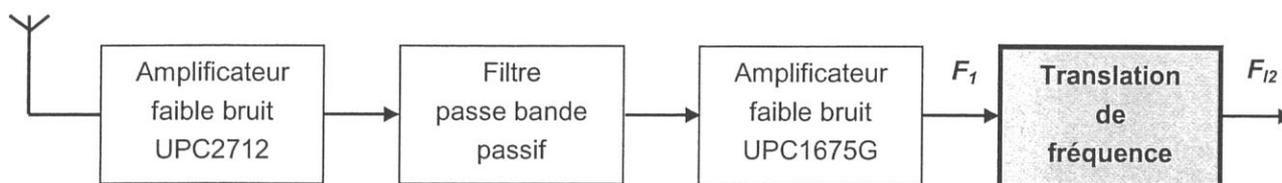


Figure 6

### I. Principe de la translation de fréquence

Deux signaux sinusoïdaux  $v_1$  et  $v_2$  de fréquence respective  $f_1$  et  $f_2$  sont appliqués sur les deux entrées d'un multiplieur comme indiqué **figure 7**.

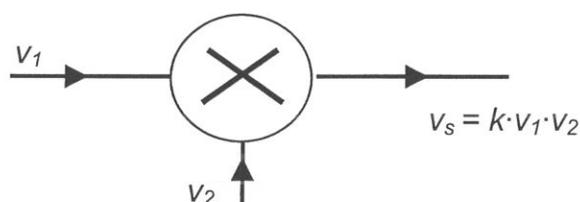


Figure 7

$$v_1(t) = V_1 \cos(\omega_1 t) \text{ et } v_2(t) = V_2 \cos(\omega_2 t).$$

On suppose  $k = 1 \cdot V^{-1}$  et  $f_1 > f_2$ .

$$\text{Rappel : } \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) = \frac{1}{2} [ \cos(\theta_1 + \theta_2) + \cos(\theta_1 - \theta_2) ]$$

1. Établir une expression mathématique de  $v_s(t)$  permettant de tracer le spectre en amplitude de ce signal.
2. Représenter le spectre de  $v_s$  sur le **document réponse 4**.
3. On généralise ce raisonnement dans le cas où le spectre du signal  $v_1$  occupe une bande de fréquence de largeur  $\Delta f$  comme indiqué **figure 8** tout en conservant  $v_2$  sinusoïdal.

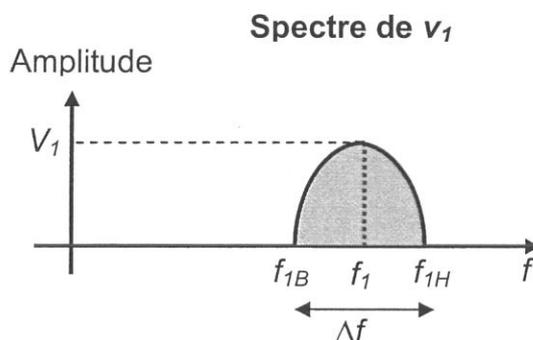


Figure 8

- 3.1. Représenter le spectre de  $v_s$  sur le **document réponse 5**.
- 3.2. On place en sortie du multiplieur un filtre passe bande pour ne conserver que la partie basse du spectre.
  - 3.2.1 Donner, en fonction de  $f_1$  et  $f_2$ , l'expression de  $F_1$ , fréquence centrale du spectre en sortie du filtre.
  - 3.2.2 Préciser la valeur minimale de la bande passante du filtre permettant de récupérer le signal  $v_1$ .

## II. Application

Dans le récepteur GPS et pour le code C/A, le passage de la fréquence  $F_1$  à la fréquence  $F_{12}$  fait intervenir deux translations de fréquence successives suivant le principe étudié précédemment.

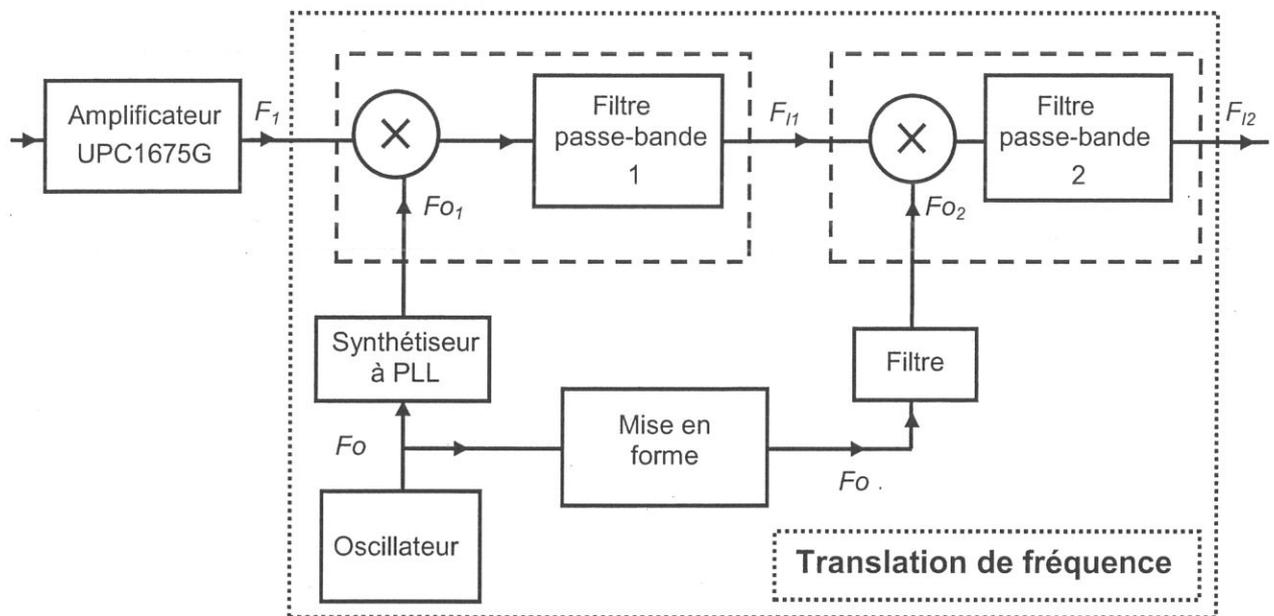


Figure 9

Le signal appliqué à l'entrée de la fonction « **Translation de fréquence** » est centré sur la fréquence  $F_1 = 1575,420$  MHz et occupe une bande de fréquence de 2,046 MHz.

Suite à la première translation de fréquence, le signal est centré sur la fréquence  $F_{11}$  égale à 39,548 MHz et occupe toujours une bande de fréquence de 2,046 MHz.

La fréquence  $F_{o2}$  est égale à 35,997 MHz.

1. Déterminer la fréquence  $F_{o1}$  choisie inférieure à  $F_1$ .
2. On souhaite  $F_{12}$  inférieure à  $F_{11}$ .  
Préciser les caractéristiques du filtre passe bande 2 : fréquence centrale, bande passante pour conserver l'information contenue dans le code C/A du signal GPS.

## D. Génération des fréquences

### I. Oscillateur

Afin de procéder aux deux changements de fréquence, il est nécessaire de générer un signal de référence de fréquence  $F_0$  qui permettra d'obtenir les signaux de fréquence  $F_{01}$  et  $F_{02}$ .

#### 1. Signal de référence

Ce signal est produit à partir d'un oscillateur à quartz. Son schéma est donné **figure 10**.

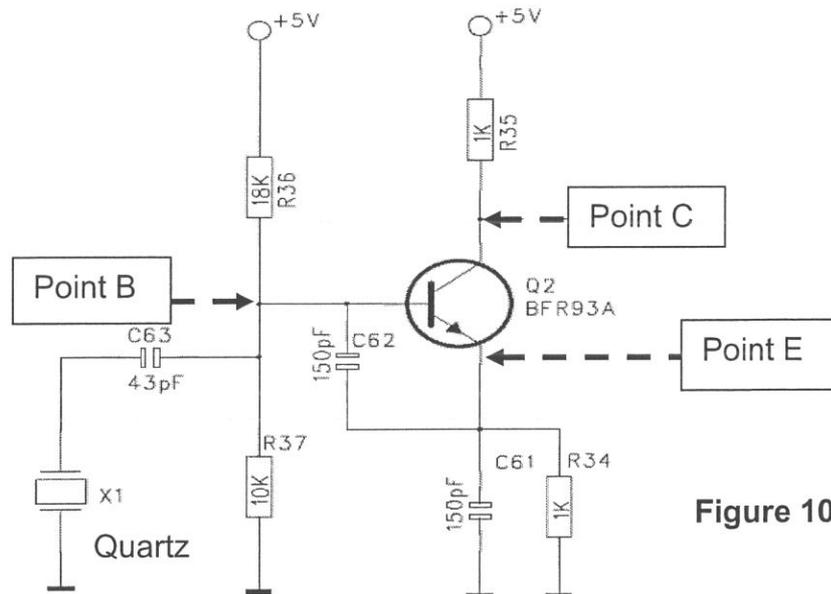


Figure 10

Les signaux obtenus aux points B, E et C sont représentés **figure 11**.

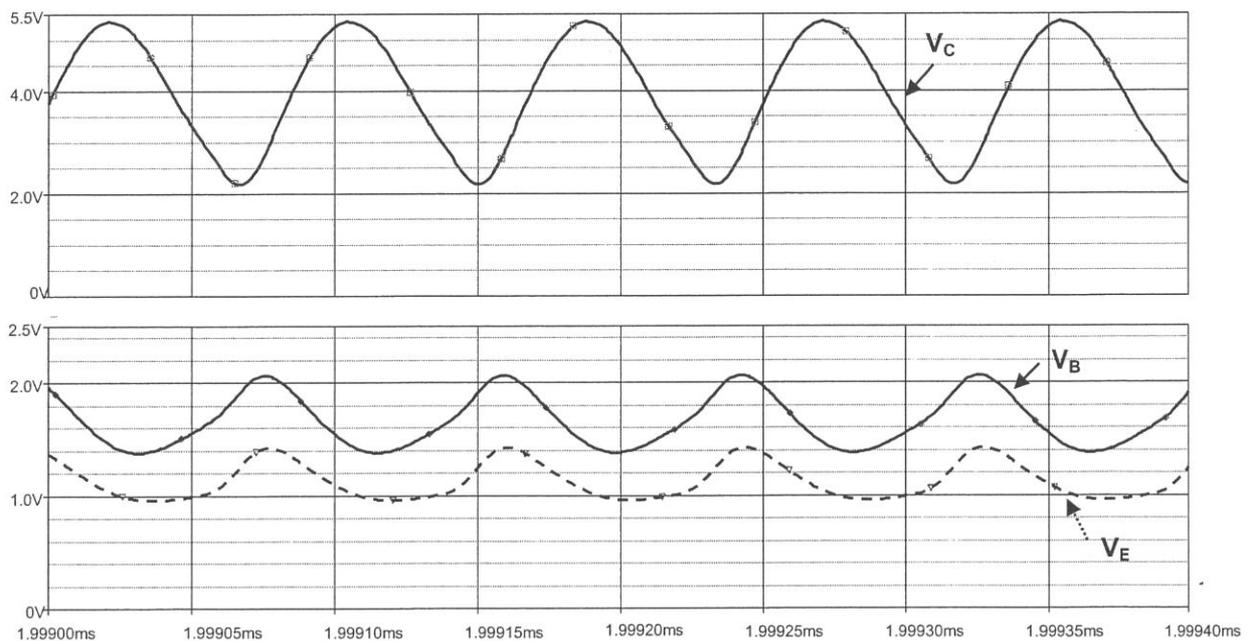


Figure 11

- 1.1 Déterminer la fréquence  $F_O$  de ces signaux.
- 1.2 L'oscillateur **figure 10** peut se représenter sous la forme du schéma bloc, **figure 12**. Le schéma de l'étage amplificateur est donné **figure 13**.

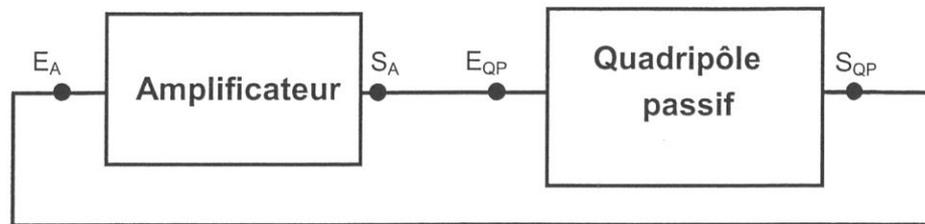


Figure 12

Représenter le schéma du quadripôle passif sur le **document réponse 6**.

## 2. Amplificateur

Le schéma de l'amplificateur est représenté **figure 13**.

On suppose que :  $V_{BE}$  est égale à 0,6 V et  $\beta \gg 1$ .

### 2.1 Détermination du point de polarisation

Soit  $V_{B0}$  (respectivement  $V_{E0}$ , et  $V_{C0}$ ) le potentiel continu de la base (respectivement de l'émetteur et du collecteur) par rapport à la masse.

On suppose que  $I_{B0}$  est négligeable devant  $I_P$ .

On indique :  $R_{36} = 18 \text{ k}\Omega$  ;  $R_{37} = 10 \text{ k}\Omega$  ;  $R_{34} = R_{35} = 1 \text{ k}\Omega$ .

Calculer  $V_{B0}$ ,  $V_{E0}$ , et  $V_{C0}$ .

### 2.2 Valider ces résultats en exploitant l'oscillogramme de la **figure 11**.

### 2.3 Justifier le choix du point de polarisation.

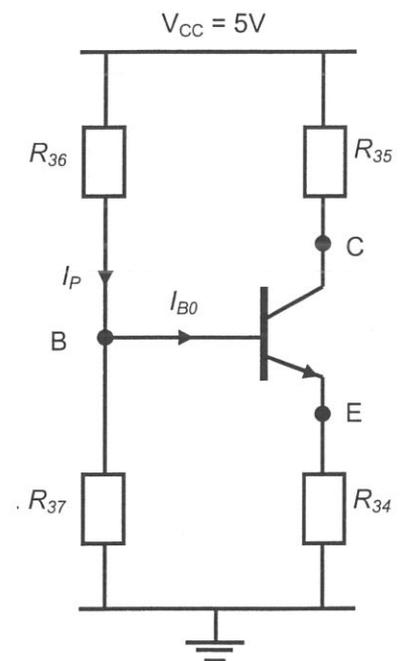


Figure 13

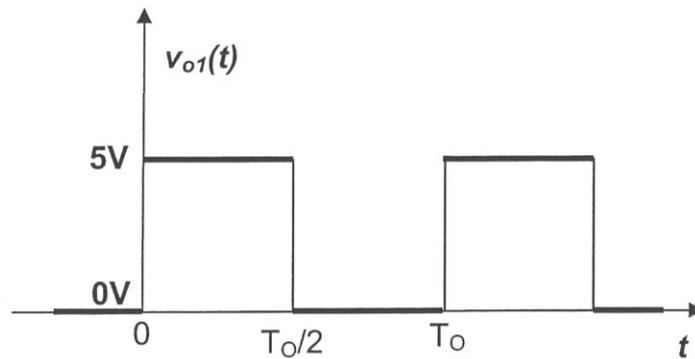
## II. Génération du signal de fréquence $F_{O2}$

La chaîne fonctionnelle permettant d'obtenir un signal de fréquence  $F_{O2}$  à partir du signal de référence est représentée **figure 14**.



Figure 14

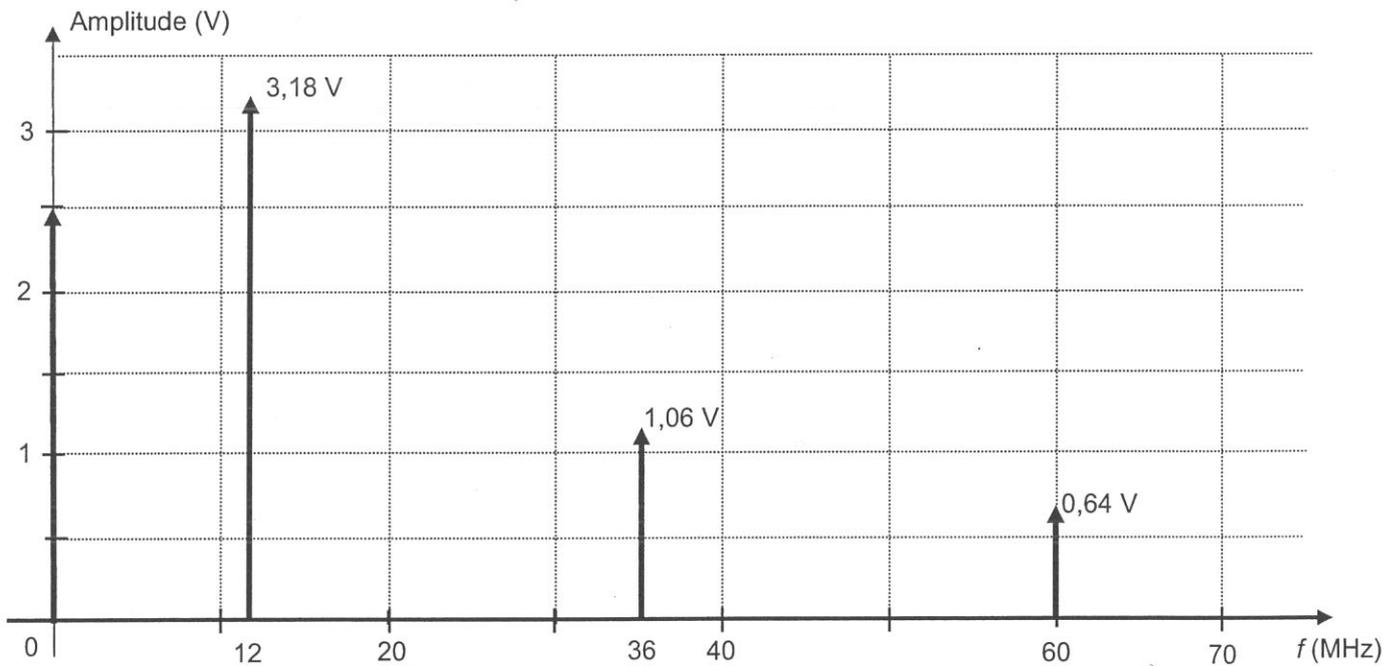
Le signal  $v_o$  issu de l'oscillateur est mis en forme. Le signal  $v_{o1}$  obtenu est de même fréquence  $F_o$  que  $v_o$  et est représenté **figure 15**.



**Figure 15**

### 1. Analyse spectrale

#### Spectre en amplitude du signal $v_{o1}$



**Figure 16**

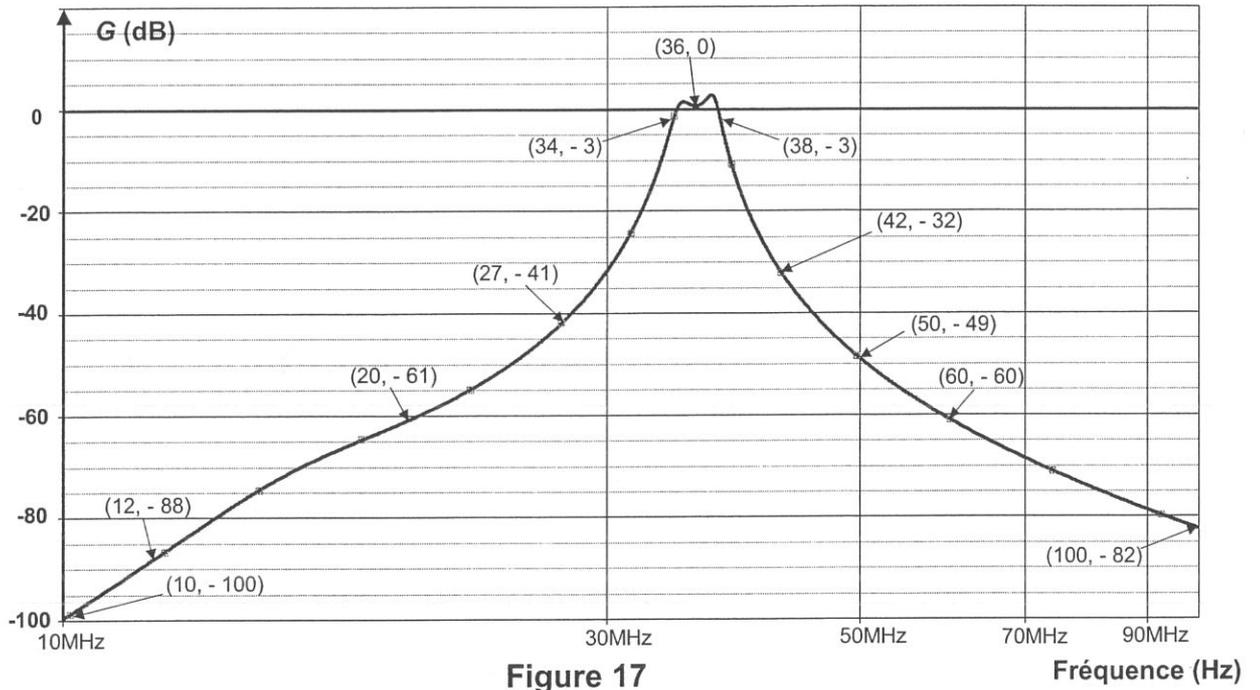
1.1 Justifier l'absence de raie aux fréquences 24 MHz, 48 MHz et 72 MHz.

1.2 Justifier l'amplitude de la raie de fréquence nulle.

### 2. Filtrage

Le signal  $v_{o1}$  est appliqué à l'entrée du filtre dont la courbe de réponse en fréquence est donnée sur la **figure 17** page suivante.

Remarque : les coordonnées de chaque point repéré sur ce graphe se présentent sous la forme  $(f, G)$  avec  $f$  en MHz et  $G$  en dB.



## 2.1 Caractéristiques du filtre

2.1.1 Préciser la nature du filtre.

2.1.2 Donner la fréquence centrale du filtre et le gain à cette fréquence.

Déterminer la valeur de la bande passante à -3 dB de ce filtre.

2.1.3 En déduire la valeur du facteur de qualité  $Q$  de ce filtre.

## 2.2 Réponse du filtre

2.2.1 Compléter le tableau **document réponse 7**.

2.2.2 En déduire la forme, l'amplitude et la fréquence du signal  $v_{o2}$ .

## 2.3 Conclusion

Le signal  $v_{o2}$  doit nécessairement être sinusoïdal.

Justifier le choix de la valeur du facteur de qualité du filtre.