Corrigé de l'exercice 1

100 kHz, 5kHz, 40%, 25V

Corrigé de l'exercice 2

7 kHz, 69kHz et 85kHz, 18kHz, 8kHz, 70%

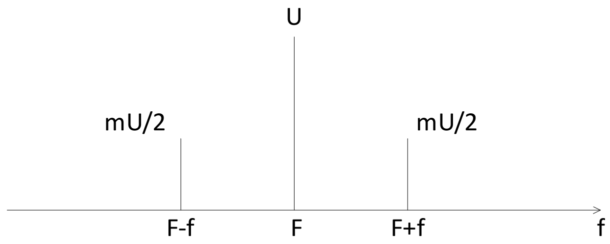
Corrigé de l'exercice 3

60%

Corrigé de l'exercice 4

1. $$v(t) = U\cos 2\pi Ft + \frac{mU}{2}\left[\cos 2\pi(F-f)t + \cos 2\pi(F+f)t\right]$$

2.



3. Chacune des composantes est sinusoïdale, pour obtenir la puissance instantanée normalisée on les élève au carré et comme la valeur moyenne d'un sinus (ou cosinus) carré vaut 1/2, on obtient pour la porteuse $U^2/2$ et pour les raies latérales $m^2.U^2/8$ soit une puissance totale de $U^2/2 + m^2.U^2/4$.

4. $P_p = 50$ W $P_{RL} = 6{,}125$ W $P_t = 62{,}5$W.

5. P_t représente la puissance dissipée dans 1Ω, dans 50 Ω elle est 50 fois plus faible donc

$P_{50} = 1{,}245$W

Corrigé de l'exercice 5

$i(t) = I_p.(1+m.\cos\omega t).\cos\Omega t$ $I_p = 10$A et $I = 10{,}22$A

1. Puissance instantanée normalisée : $p(t) = I_p^2.[1 + m.\cos\omega t]^2.\cos^2\Omega t$

2. Puissance moyenne normalisée : $P_t = I_p^2/2 + m^2.I_p^2/4 = I_p^2/2[1 + m^2/2]$

3. Puissance moyenne normalisée en l'absence de modulation : $P_p = I_p^2/2$

4. $P_p = 50$W $P_t = P_p(1 + m^2/2) = I^2/2 = 10{,}22^2/2 = 52{,}22$ W donc $1 + m^2/2 = 52{,}22/50 = 1{,}044$ et m = 30%

5. M = 70% donc $P_t = P_p(1 + m^2/2) = 50(1 + 0{,}7^2/2) = 62{,}25\text{W} = I^2/2$ donc I = 11,16A=

Corrigé de l'exercice 6

1) En AM la puissance totale a pour expression : $P = \frac{S^2}{2}\left(1+\frac{m^2}{2}\right) = P_p\left(1+\frac{m^2}{2}\right)$

P_p étant la puissance de la porteuse, et la puissance crête s'écrit : $P_c = S^2.(1+m)^2/2 = P_p.(1+m)^2$ donc $P_p = P_c/4 = 100$W et $P_{BL} = P_p/4 = 25$W (50W pour les 2 BL)

2) En DSB, si $s(t) = S.[\cos(\Omega t).\cos(\omega t)] = S.[\cos(\Omega - \omega)t + \cos(\Omega + \omega)t]/2$
Si $\cos(\omega t) = 1$ on obtient $P_c = S^2/2$ et dans chaque BL $P_{BL} = S^2/8 = P_c/4 = 100$W (200W pour les 2 BL)
Le gain est de 10.log(200/50) = 6dB

3) En SSB, si $s(t) = S.\cos(\Omega + \omega)t$, $P_{BL} = P_c = 400$W
Le gain est de 10.log(400/50) = 9dB
L'information étant transmise par les 2 BL en AM et DSB, il faut comparer la puissance transmise par 2 BL à celle transmise par 1 BL en SSB.

Corrigé de l'exercice 7

1. $V_1(t) = K.U_{m1}.U_p.\cos\Omega t.\cos\omega_1 t$ $\quad$ $v_2(t) = K.U_{m2}.U_p.\sin\Omega t.\cos\omega_2 t]$

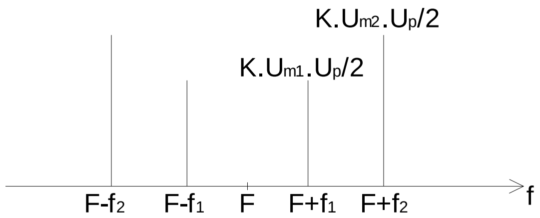
donc $v_s(t) = K.[U_{m1}.U_p.\cos\Omega t.\cos\omega_1 t + U_{m2}.U_p.\sin\Omega t.\cos\omega_2 t]$

2. En utilisant les relations :

cosa.cosb = [cos(a-b) + cos(a+b)]/2 $\quad$ et $\quad$ sina.cosb = [sin(a-b) + sin(a+b)]/2 on obtient :

$$v_s(t) = \frac{K.U_p}{2}\left[U_{m1}.\left(\cos\left(\Omega-\omega_1\right)t+\cos\left(\Omega+\omega_1\right)t\right) + U_{m2}.\left(\sin\left(\Omega-\omega_2\right)t+\sin\left(\Omega+\omega_2\right)t\right)\right]$$

3. Spectre d'amplitude du signal modulé :

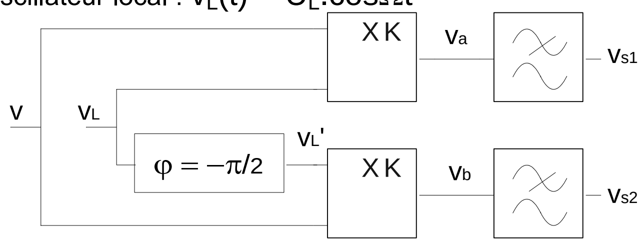


B Démodulateur

Un double démodulateur cohérent auquel on applique sur une voie un signal à la fréquence de la porteuse, sur l'autre voie le même signal en quadrature de phase permet de restituer les signaux modulants.

Le signal modulant a pour expression : $v(t) = U_1.\cos\Omega t.\cos\omega_1 t + U_2.\sin\Omega t.\cos\omega_2 t$

et le signal fourni par l'oscillateur local : $v_L(t) = U_L.\cos\Omega t$



1. On a immédiatement : $v_a(t) = K.U_L.\left(U_1.\cos^2\Omega t.\cos\omega_1 t + U_2.\cos\Omega t.\sin\Omega t.\cos\omega_2 t\right)$

2. En utilisant les relations $\cos^2 x = [1 + \cos 2x]/2$ $\quad$ et $\quad$ $\sin x.\cos x = \sin(2x)/2$ on obtient :

$$v_a(t) = \frac{K.U_L}{2}\left(U_1.\left(1+\cos 2\Omega t\right).\cos\omega_1 t + U_2.\sin 2\Omega t.\cos\omega_2 t\right)$$

3. En utilisant les relations :

cosa.cosb = [cos(a-b) + cos(a+b)]/2 $\quad$ et $\quad$ sina.cosb = [sin(a-b) + sin(a+b)]/2 on obtient :

$$v_a(t) = \frac{K.U_L}{2}U_1.\left(\cos\omega_1 t+\frac{\cos\left(2\Omega-\omega_1\right)t+\cos\left(2\Omega+\omega_1\right)t}{2}\right)$$

$$+\frac{K.U_L}{4}U_2.\left(\sin\left(2\Omega-\omega_2\right)t+\sin\left(2\Omega+\omega_2\right)t\right)$$

4. $V_b(t) = K.U_L.(U_1.\sin\Omega t.\cos\Omega t.\cos\omega_1 t + U_1.\sin^2\Omega t.\cos\omega_2 t)$
Ensuite on linéarise deux fois comme précédemment.

5. Les termes autour de 2Ω sont éliminés par le filtre, il ne reste donc que $v_{s1}(t) = \frac{K.U_L}{2}U_1.\cos\omega_1 t$

6. Pour les mêmes raisons : $v_{s2}(t) = \frac{K.U_L}{2} U_2.\cos\omega_2 t$

7. V_{s1} et V_{s2} sont bien les signaux modulants.

Corrigé de l'exercice 8

A Signal modulé en amplitude sans porteuse

1. $Vs_1(t) = K. U.[\cos(\Omega - \omega)t + \cos(\Omega + \omega)t].U_L.\cos(\Omega t + \varphi)$

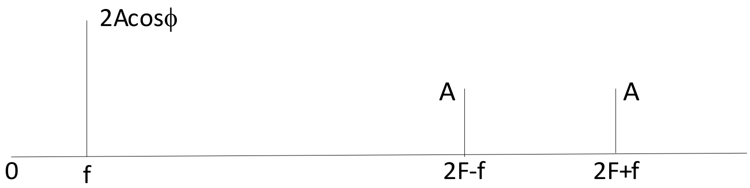
En utilisant la relation cosa.cosb = [cos(a-b) + cos(a+b)]/2, on obtient :

$$v_s(t) = \frac{K.U.U_L}{2}\left(\cos(\omega t + \varphi) + \cos[(2\Omega - \omega)t + \varphi] + \cos(\omega t - \varphi) + \cos[(2\Omega + \omega)t + \varphi]\right)$$

Or $\cos(\omega t + \varphi) + \cos(\omega t - \varphi) = 2\cos\omega t.\cos\varphi$ donc :

$$v_s(t) = \frac{K.U.U_L}{2}\left(2\cos\varphi.\cos\omega t + \cos[(2\Omega - \omega)t + \varphi] + \cos[(2\Omega + \omega)t + \varphi]\right)$$

2. En posant $A = K.U.U_L/2$



3. La fréquence de coupure du filtre passe-bas est choisie de manière à éliminer les pulsations proches de 2Ω. Représenter le spectre de $v_s(t)$.

4. Le signal démodulé est atténué par le cosφ et peut s'annuler si cosφ = 0

5. Il suffit de remplacer cosφ par cosφ(t) : $v_s(t) = K.U.U_L.\cos\varphi(t).\cos\omega t$

6. $v_s(t) = K.U.U_L.\cos(\Delta\Omega.t).\cos(\omega t)$

En utilisant la relation : cosa.cosb = [cos(a-b) + cos(a+b)]/2, on fait apparaître les pulsations $\omega - \Delta\Omega$ et $\omega + \Delta\Omega$.

$\Delta F = 20.10^6.10^{-5} = 200$ Hz d'où les deux fréquences 800 Hz et 1200 Hz, on ne retrouve donc pas le signal modulant de 1 kHz.

B Signal modulé en BLU

Le signal modulé a maintenant pour expression $v(t) = U.\cos(\Omega - \omega)t$ (BLI) avec $\omega \ll \Omega$

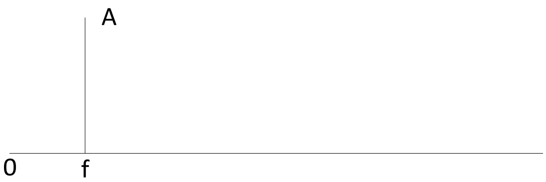
1. On considère dans un premier temps que l'oscillateur local est déphasé par rapport à la porteuse, soit $\varphi(t) = \varphi$. Montrer que :

$Vs_1(t) = K.U.\cos(\Omega - \omega)t.U_L.\cos(\Omega t + \varphi)$

En linéarisant on obtient : $v_s(t) = \frac{K.U.U_L}{2}\left(\cos[\omega t + \varphi] + \cos[(2\Omega - \omega)t + \varphi]\right)$

2. En posant A = K.U.U_L/2

3.



4. Le déphasage φ n'est pas un inconvénient, il n'affecte pas le signal.

5. On considère maintenant que l'oscillateur local n'oscille pas à la même fréquence que la porteuse, soit φ(t) = ΔΩ.t. Montrer qu'après filtrage adéquat on obtient :

$$v_s(t) = \frac{K.U.U_L}{2}\cos[\omega t + \varphi(t)]$$

$$V_{s1}(t) = K.U.\cos(\Omega - \omega)t.U_L.\cos(\Omega t + \varphi(t)) = K.U.U_L.\cos(\Omega - \omega)t.\cos(\Omega + \Delta\Omega)t)$$

$$v_s(t) = \frac{K.U.U_L}{2}\left(\cos[\omega t - \Delta\Omega.t] + \cos[(2\Omega + \Delta\Omega - \omega).t]\right)$$

Après filtrage passe-bas : $v_s(t) = \frac{K.U.U_L}{2}\cos(\omega - \Delta\Omega)t$

6. Le signal démodulé n'est pas une une image du signal modulant de 1 kHz, sa fréquence valant 800 Hz.

Corrigé de l'exercice 9

1.1 $v_{x1}(t) = K.V.cos\omega_o t.V_o.cos(\omega_o t + \varphi(t))$ $\quad v_{x1}(t) = \frac{K.V.V_o}{2}[cos\varphi(t) + cos(2\omega_o t + \varphi(t))]$

Donc après filtrage passe-bas : $v_{f1}(t) = \frac{K.V.V_o}{2}[cos\varphi(t)]$

$$v_{x2}(t) = K.V.cos\omega_o t.V_o.cos(\omega_o t + \varphi(t) + \pi/2) = -K.V.cos\omega_o t.V_o.sin(\omega_o t + \varphi(t))$$

$$v_{x2}(t) = \frac{-K.V.V_o}{2}[sin\varphi(t) + sin(2\omega_o t + \varphi(t))]$$

Et après filtrage passe-bas : $v_{f2}(t) = \frac{-K.V.V_o}{2}[sin\varphi(t)]$

$v_{x3}(t) = -K\left(\frac{K.V.V_o}{2}\right)^2[cos\varphi(t).sin\varphi(t)] = -\left(\frac{K}{2}\right)^3(V.V_o)^2[sin2\varphi(t)]$ car sin2x = 2.sinx.cosx

Le filtre ne modifie pas le terme à la pulsation 2.dφ/dt << ω_o, donc $v_{f3}(t) = v_{x3}(t)$

1.2 $\frac{d\varphi}{dt} = 2\pi.K_o.v_{f3}(t)$ $\quad \frac{d\varphi}{dt} = -2\pi K_o\left(\frac{K}{2}\right)^3(V.V_o)^2[sin2\varphi(t)]$

Et puisque φ est petit, sin2φ(t) ≈ 2φ(t) donc :

$\frac{d\varphi}{dt} + 2\pi K_o\left(\frac{K}{2}\right)^3(V.V_o)^2 2\varphi(t)$ ou encore $\frac{2}{\pi K_o.K^3.(V.V_o)^2}\frac{d\varphi}{dt} + \varphi(t) = 0$

Equation différentielle du premier ordre de la forme $\boldsymbol{\tau\frac{d\varphi}{dt} + \varphi(t) = 0}$

1.3 Equation qui a pour solution : $\varphi(t) = \Phi_{o.}e^{-t/\tau}$

1.4 On a donc $\varphi(\infty) = 0$ par conséquent :

$$v_0(t) = V_{o.}cos(\omega_o t) \quad v_{f1}(t) = \frac{K.V.V_o}{2} \quad v_{f2}(t) = 0 \quad v_{f3}(t) = 0$$

La pulsation instantanée est donc égale à ω_o puisque φ(t) et sa dérivée sont nulles.

Le signal fourni par le VCO est donc à la même fréquence que l'entrée et en phase avec celle-ci.

2.1 $v_{x1}(t) = K.V.cos\omega_o t.cos\Omega t.V_o.cos(\omega_o t + \varphi(t))$

$$v_{x1}(t) = \frac{K.V.V_o}{4}\left[cos(\Omega t + \varphi(t)) + cos(\Omega t - \varphi(t)) + cos((2\omega_o - \Omega)t + \varphi(t)) + cos((2\omega_o + \Omega)t + \varphi(t))\right]$$

Donc après filtrage passe-bas : $v_{f1}(t) = \frac{K.V.V_o}{4}\left[cos(\Omega t + \varphi(t)) + cos(\Omega t - \varphi(t))\right]$

$v_{x2}(t) = -K.V.cos\omega_o t.cos\Omega t.V_o.sin(\omega_o t + \varphi(t))$

$$v_{x2}(t) = \frac{-K.V.V_o}{4}\left[sin(\Omega t + \varphi(t)) - sin(\Omega t - \varphi(t)) + sin((2\omega_o - \Omega)t + \varphi(t)) + sin((2\omega_o + \Omega)t + \varphi(t))\right]$$

Et après filtrage passe-bas : $v_{f2}(t) = \frac{-K.V.V_o}{4}\left[sin(\Omega t + \varphi(t)) - sin(\Omega t - \varphi(t))\right]$

$$v_{x3}(t) = -K^3\left(\frac{V.V_o}{4}\right)^2\left\{\left[cos(\Omega t + \varphi(t)) + cos(\Omega t - \varphi(t))\right].\left[sin(\Omega t + \varphi(t)) - sin(\Omega t - \varphi(t))\right]\right\}$$

$$v_{x3}(t) = -\frac{K^3}{32}(V.V_o)^2\left[sin2(\Omega t + \varphi(t)) - sin2(\Omega t - \varphi(t)) + 2sin2\varphi(t)\right]$$

et après filtrage : $v_{f3}(t) = -\frac{K^3}{16}(V.V_o)^2 sin2\varphi(t)$

2.2 $\frac{d\varphi}{dt} = 2\pi.K_o.v_{f3}(t)$ $\quad \frac{d\varphi}{dt} = -2\pi K_o.\frac{K^3}{16}(V.V_o)^2[sin2\varphi(t)]$

Et puisque φ est petit, sin2φ(t) ≈ 2φ(t), donc :

$\frac{d\varphi}{dt} + 2\pi K_o\left(\frac{K}{2}\right)^3(V.V_o)^2.\varphi(t)$ ou encore $\frac{4}{\pi K_o.K^3.(V.V_o)^2}\frac{d\varphi}{dt} + \varphi(t) = 0$

Equation différentielle du premier ordre de la forme $\tau'\frac{d\varphi}{dt} + \varphi(t) = 0$

2.3 Equation qui a pour solution : $\varphi(t) = \Phi_{o.}e^{-t/\tau'}$

2.4 On a donc $\varphi(\infty) = 0$ par conséquent :

$$v_0(t) = V_{o.}cos(\omega_o t) \quad v_{f1}(t) = \frac{K.V.V_o}{2}[cos(\Omega t)] \qquad v_{f2}(t) = 0 \qquad v_{f3}(t) = 0$$

2.5 La pulsation instantanée est donc égale à ω_o puisque φ(t) et sa dérivée sont nulles.

Le signal fourni par le VCO est donc à la même fréquence que l'entrée et en phase avec celle-ci.

2.6 $v_o(t)$ est l'image de la porteuse, $v_{f1}(t)$ est l'image du signal modulant.

Corrigé de l'exercice 10

1) f_L = 30 - 0,455 MHz = 29,545 MHz

2) La fréquence f_e' = 29,090 MHz donne en sortie du multiplieur 29,545 - 29,090 = 455 kHz
f_e - f_e' = 2 f_i (f_e' :fréquence image)
Les signaux de fréquences f_e, f_e' sont reçus simultanément et se superposent.
On peut y remédier en accordant le filtre d'entrée du récepteur sur la fréquence de 30 MHz.
La fréquence centrale de ce filtre devra être réglée en même temps que la fréquence de l'oscillateur local.(c'est le bouton d'accord du récepteur qui permet d'effectuer simultanément ces 2 réglages)
On pourrait également choisir une fréquence intermédiaire plus grande (par ex 10,7 MHz : la fréquence serait alors en dehors de la bande reçue et un filtre à fréquences fixes 28 à 32 MHz permettrait d'éliminer la fréquence image)

3) a) A la sortie du multiplieur, la fréquence vaut alors 29,545 + 30,5 = 0,955 MHz.
Atténuation 60 log (955/460) = 19 dB

b) Atténuation : 60 log (30,5/30,005) = 0,43 dB

c) Le signal parasite n'est pas atténué (0,43 dB) par un amplificateur à réception directe, alors que cette atténuation est de 19 dB pour le superhétérodyne qui est donc beaucoup plus sélectif.

d) La sélectivité augmente donc si l'on diminue la fréquence intermédiaire.
Ex : pour f_i = 200 kHz on aurait une atténuation de 60 log(700/205) = 32 dB

4) a) f_{L1} = 30 MHz - 10,7 MHz = 19,3 MHz

b) f_{e2}' = 8,6 MHz << $f_{min\ récepteur}$ = 28 MHz éliminée par le filtre d'entrée.

c) Si f_i = 10,7 MHz : sélectivité réduite
Si f_i = 455 kHz : problème de fréquence image.

d) f_{L2} = 10,7 - 0,455 MHz = 11155 kHz ou f_{L2} = 10,7 + 0,455 MHz = 10245 MHz

On choisit généralement la seconde valeur car il existe des quartz à cette fréquence.

EXERCICES COMPLEMENTAIRES CORRIGES

BLU A DEPHASAGE

On rappelle que :

$\cos(x-\pi/2) = \sin(x)$

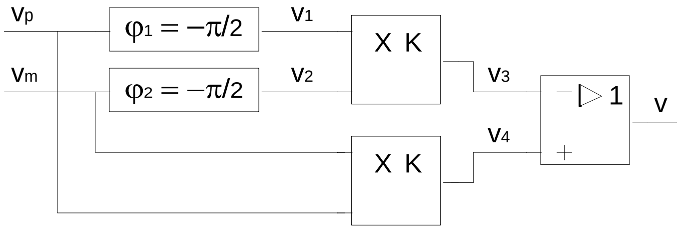
$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ $\quad \cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$

$$\cos(p)+\cos(q) = 2\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \qquad \cos(p)-\cos(q) = -2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Le schéma de principe d'un modulateur d'amplitude en bande latérale unique à déphasage comporte deux déphaseurs de -90°, deux multiplieurs de constante K et un amplificateur de différence de coefficient d'amplification unitaire.

La tension HF a pour expression : $v_p(t) = U_p.\cos\Omega t$ avec $\Omega = 2\pi F$

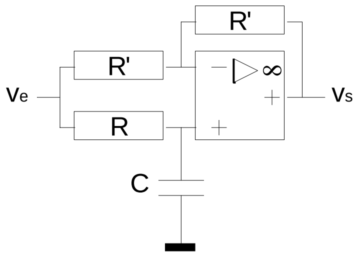
et la tension BF : $v_m(t) = U_m.\cos\omega t$ avec $\omega = 2\pi f$



1. Montrer que $v(t) = U.\cos(\Omega+\omega)t$. Exprimer U en fonction de U_m, U_p et K.

2. Quelle modification faut-il apporter au schéma pour obtenir une BLI ?

3. Le déphaseur est réalisé à partir du schéma suivant où l'amplificateur opérationnel peut être considéré comme parfait. Exprimer la fonction de transfert du déphaseur et le déphasage en fonction de R, C et ω. Faire un choix de R et C pour obtenir des signaux en quadrature de phase à f = 1 kHz.



4. La fréquence du signal BF varie en réalité entre 100 Hz et 10 kHz. Calculer le déphasage créé par le circuit à ces deux fréquences.

5. Pour rendre compte du fait que le déphasage varie avec la fréquence, on pose $\varphi_2(f) = -\pi/2 + \varphi(f)$.
Montrer que v(t) peut alors se mettre sous la forme :

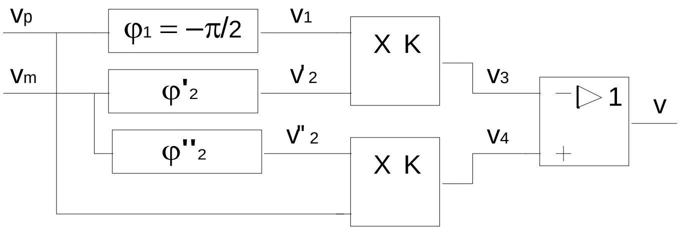
$v(t) = U'.\cos((\Omega + \omega)t + \psi) - U''.\sin((\Omega - \omega)t - \psi)$

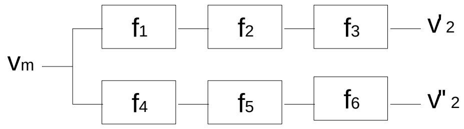
Exprimer U', U'' et ψ en fonction U_m, U_p, K et φ.

6. On admet que l'amplitude de la bande latérale inférieure ne doit pas représenter plus de 2% de celle de la bande latérale supérieure pour obtenir une BLU de qualité.
Calculer la variation maximale de φ qui satisfait cette exigence.
En déduire les fréquences limites d'utilisation de ce schéma.

7. Pour obtenir un déphasage satisfaisant dans la bande de fréquence 100 Hz à 10 kHz, on adopte le schéma suivant où l'on utilise 6 déphaseurs pour le signal BF.
Chacun d'eux provoque une différence de phase de $-\pi/2$ respectivement pour les fréquences :

f_1 = 49,85 Hz	f_2 = 597 Hz	f_3= 4853 Hz
f_4 = 206 Hz	f_5 = 1658 Hz	f_6= 20060 Hz





7.1. La tension de modulation v_m étant prise comme référence, exprimer l'argument φ'_2 de v'_2 en fonction de f, f_1, f_2, et f_3.

7.2. Exprimer l'argument φ''_2 de v''_2 en fonction de f, f_4, f_5, et f_6.

7.3. En déduire la différence des arguments $\varphi_2 = \varphi'_2 - \varphi''_2$.

7.4. Tracer la courbe $\varphi_2(f)$ pour 100 Hz < f < 10 kHz. Mesurer sur cette courbe la variation maximale de $|\varphi|$ et calculer l'atténuation correspondante de la BLS. Utiliser un tableur ou une calculatrice graphique. Vérifier que la condition imposée dans la question 6 est bien respectée.

Corrigé

1) $v_1(t) = U_p.\sin\Omega t$

$v_2(t) = U_m.\sin\omega t$

$v_3(t) = K\ U_m.U_p.\sin\omega t.\sin\Omega t$

$v_4(t) = K\ U_m.U_p.\cos\omega t.\cos\Omega t$

$v(t) = K\ U_m.U_p(\cos\omega t.\cos\Omega t - \sin\omega t.\sin\Omega t) = K\ U_m.U_p.\cos(\Omega+\omega)t$ donc $U = K\ U_m.U_p$

2) On peut utiliser un sommateur à la place de l'amplificateur de différence.

3) $\underline{T} = \dfrac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}$ $\quad$ $\arg(\underline{T}) = -2\arctan(RC\omega)$

4) $\mathrm{Arg}(T(100)) = -11{,}4°$ $\qquad$ $\mathrm{Arg}(T(10k)) = -168{,}6°$

5) $v_1(t) = U_p.\sin\Omega t$

$v_2(t) = U_m.\sin(\omega t+\varphi)$

$v_3(t) = K\ U_m.U_p.\sin(\omega t+\varphi).\sin\Omega t = K\dfrac{U_mU_p}{2}\left[\cos((\Omega-\omega)t-\varphi) - \cos((\Omega+\omega)t+\varphi)\right]$

$v_4(t) = K\ U_m.U_p.\cos\omega t.\cos\Omega t = K\dfrac{U_mU_p}{2}\left[\cos((\Omega-\omega)t) + \cos((\Omega+\omega)t)\right]$

$v(t) = v_4(t) - v_3(t)$

$= K\dfrac{U_mU_p}{2}\left[\cos(\Omega-\omega)t) + \cos(\Omega+\omega)t)\right] - K\dfrac{U_mU_p}{2}\left[\cos(\Omega-\omega)t-\varphi) - \cos(\Omega+\omega)t+\varphi)\right]$

$= -KU_mU_p\left[\sin(\Omega-\omega)t-\varphi/2)\sin(\varphi/2) + \cos(\Omega+\omega)t+\varphi/2)\cos(\varphi/2)\right]$

donc $U' = KU_mU_p\cos(\varphi/2)$ $\quad$ $U'' = KU_mU_p\sin(\varphi/2)$ $\quad$ $\psi = \varphi/2$

6) On veut $U''/U' = 1/50$ donc $\tan(\varphi/2) = 0{,}02$ soit $\varphi = 2{,}29°$

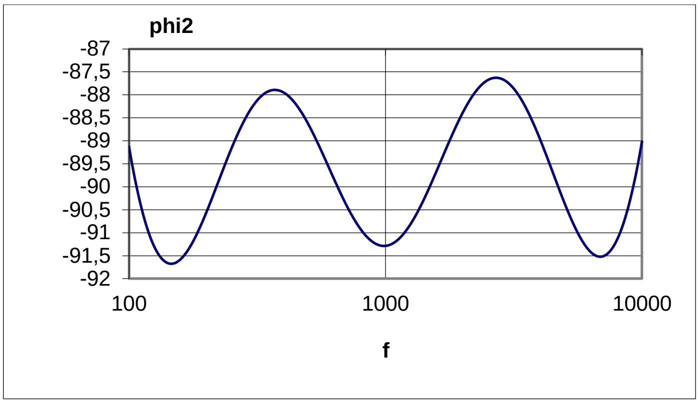
Or $\varphi = 90-2\arctan(f/f_0)$ donc $f = f_0.\tan((90\pm\varphi)/2)$ donc $f_{min} = 961$ Hz et $f_{Max} = 1041$ Hz

7) a) $\varphi'_2 = -2[\arctan(f/f_1) + \arctan(f/f_2) + \arctan(f/f_3)]$

b) $\varphi''_2 = -2[\arctan(f/f_4) + \arctan(f/f_5) + \arctan(f/f_6)]$

c) $\varphi_2 = 2[\arctan(f/f_4) + \arctan(f/f_5) + \arctan(f/f_6) - \arctan(f/f_1) - \arctan(f/f_2) - \arctan(f/f_3)]$

d) $\varphi_{Max} = 2{,}37°$ donc $A = -20\log(\tan(\varphi/2)) \approx -34$ dB : correct car $20\log(50) \approx 34$ dB.



MULTIPLICATEUR DE GILBERT

Le schéma d'un amplificateur de transconductance est donné en **ANNEXE 1**. Un schéma simplifié est donné figure 1.

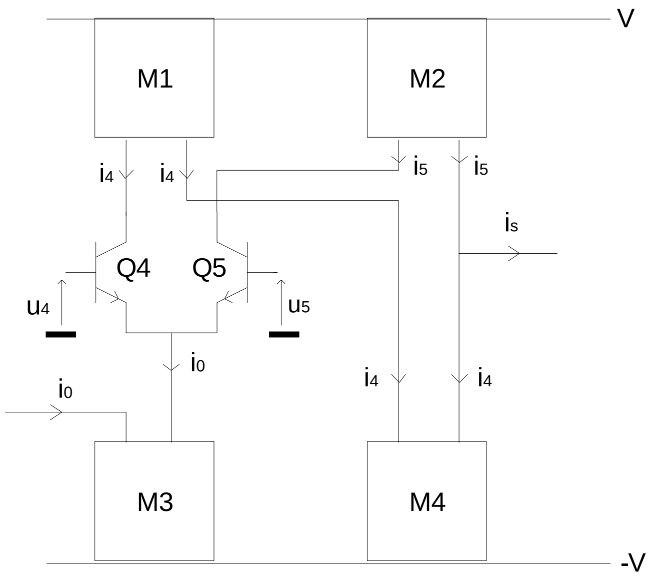


FIGURE 1

On ne tient pas compte des deux diodes d'entrée et les 4 miroirs de courant (M1 à M4) sont symbolisés. On rappelle que le courant de collecteur d'un transistor peut s'écrire sous la forme :

$I_C = I_{SAT}.\exp(V_{BE}/V_T)$ avec $V_T = kT/e = 25$ mV à T = 300 K.

Les deux transistors Q_4 et Q_5 sont identiques, leur β est très supérieur à 1.
La tension d'entrée est $v_e = u_5 - u_4$.

1. Calcul du courant de sortie i_s (si l'étage est chargé).

1.1. Exprimer i_s en fonction de i_4 et i_5.

1.2. Quelle relation existe-t-il entre i_4, i_5 et i_0 ?

1.3. Exprimer v_e en fonction de V_{BE4} et V_{BE5} puis en fonction de i_4, i_5 et V_T.

1.4. En déduire i_4 puis i_5 en fonction de i_0, v_e et V_T.

1.5. Démontrer que $i_s = i_0.\text{th}(v_e/2V_T)$. (la définition de th est donnée en **ANNEXE 2**)

1.6. A quelle condition sur v_e peut-on considérer que $i_s=k.i_0.v_e$? (le développement limité de thx est donné en ANNEXE 2). Exprimer et calculer k.

Quelle est la valeur maximale que peut prendre v_e pour que l'erreur de non linéarité soit inférieure à 10 % ?

Dans ces conditions, on définit la transconductance g comme le rapport $i_s/v_e = g = ki_0$. Cette transconductance est réglable au moyen de la valeur de i_0 accessible de l'extérieur.

2. Si la tension v_e augmente, la non linéarité de la transconductance augmente également. Pour s'affranchir de ce problème, le circuit comprend deux diodes D_2 et D_3 de linéarisation, polarisées par une source de courant extérieure i_D et on attaque les entrées de l'amplificateur par une source de courant i_e.

Le schéma équivalent de l'ensemble est représenté figure 2.

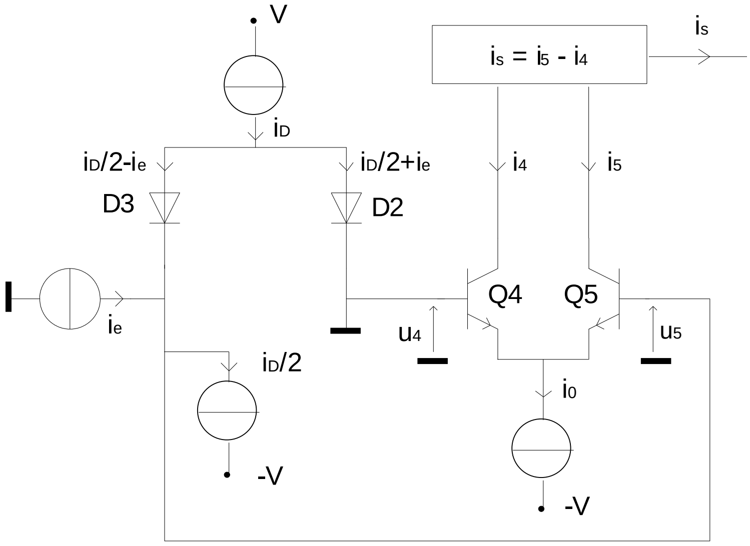


FIGURE 2

2.1. Exprimer v_e en fonction de i_5, i_4 et V_T, puis en fonction de i_0, i_s et V_T.(voir questions 1 et 2.)

2.2 Les deux diodes sont intégrées à partir de transistors, elles sont donc dans les mêmes conditions d'utilisation. Le courant traversant ces diodes peut s'écrire $I = I_{SAT}.\exp(V_D/V_T)$. Exprimer v_e en fonction des courants de D_2 et D_3 et V_T, puis en fonction de $i_D/2$ et i_e.

2.3 Déduire des questions 3.1. et 3.2. que $i_s = K.i_0.i_e$ sans l'approximation due à un développement limité.

2.4 Exprimer K en fonction de i_D.

3. On utilise cet amplificateur de transconductance en modulateur d'amplitude. Pour cela, on réalise le montage de la figure 3. La partie entourée de pointillés est la représentation de l'amplificateur de transconductance dont la caractéristique est donnée par :

$$\frac{i_S}{v_E} = g = ki_0$$, k ayant la valeur trouvée à la question 2.

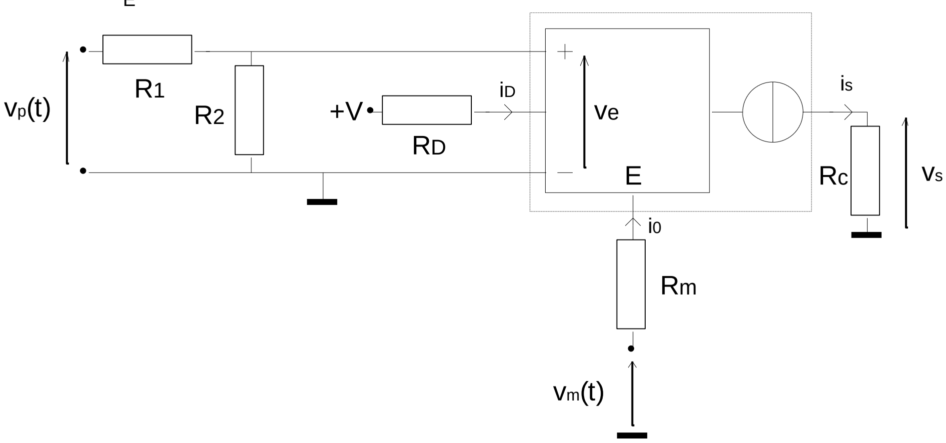


FIGURE 3

3.1. Calculer le potentiel V_E du point E (voir schéma ANNEXE 3) en fonction de V_0 = 0,7 V (tension aux bornes d'une jonction passante) et de V (tension d'alimentation du circuit), V = 12 V.

3.2. Déterminer sur le schéma de la figure 3 l'expression de i_0 en fonction de v_m, V_E et R_m.

3.3. A l'aide de l'introduction de la question et de la question 4.2., calculer la valeur de la tension de sortie v_s en fonction des tensions v_p ($v_{porteuse}$) et v_m ($v_{modulant}$) et en fonction des éléments du montage.

3.4. On suppose que $v_p = V_p\cos\omega_p t$ et $v_m = E\cos\omega_m t$, montrer que la tension v_s est une tension modulée en amplitude de la forme : $v_s = A(1 + m\cos\omega_m t)\cos\omega_p t$.
Donner les expressions de A et m en fonction des caractéristiques du montage.
Quelle doit être la valeur maximale que peut prendre E pour qu'il n'y ait pas de surmodulation ?

3.5. Calculer la valeur de E pour avoir un taux de modulation m = 0,5.
Application numérique : $V_p = 1$ V ; $R_2 = 220\ \Omega$; $R_1 = 10$ kΩ ; $R_C = 10$ kΩ ; $R_m = 33$ kΩ.
L'amplitude de v_e est-elle compatible avec le taux de linéarité défini à la question 2. ?
Calculer la valeur de A.

Corrigé

1.1 $i_s = i_5 - i_4$

1.2 $i_0 = i_4 + i_5$

1.3 $u_4 - v_{BE4} + v_{BE5} - u_5 = 0 \Rightarrow v_e = u_5 - u_4 = v_{BE5} - v_{BE4}$

$$i_5 = I_{sat}.\exp(\frac{v_{BE5}}{V_T}) \Leftrightarrow v_{BE5} = V_T\ln(\frac{i_5}{I_{SAT}}) \text{ et } v_{BE4} = V_T\ln(\frac{i_4}{I_{SAT}})$$

$$v_e = V_T\ln(\frac{i_5}{i_4})$$

1.4 $$\ln(\frac{i_5}{i_4}) = \frac{v_e}{V_T} \Rightarrow i_5 = i_4.\exp(\frac{v_e}{V_T})$$

$$i_0 = i_4 + i_5 = i_4 + i_4.\exp(\frac{v_e}{V_T}) \Rightarrow i_4 = \frac{i_0}{1+e^{\frac{v_e}{V_T}}}$$

$$\text{et } i_5 = i_0 - i_4 = \frac{e^{\frac{v_e}{V_T}}}{1+e^{\frac{v_e}{V_T}}}.i_0$$

1.5 $$i_s = i_5 - i_4 = \frac{e^{\frac{v_e}{V_T}} - 1}{1+e^{\frac{v_e}{V_T}}}.i_0 = \frac{e^{\frac{v_e}{2V_T}} - e^{\frac{-v_e}{2V_T}}}{e^{\frac{-v_e}{2V_T}} + e^{\frac{v_e}{2V_T}}}.i_0 = i_0\text{th}(\frac{v_e}{2V_T})$$

1.6 $$\text{th}x = x - \frac{x^3}{3} \Rightarrow is = i_0(\frac{v_e}{2V_T}) - \frac{1}{3}i_0(\frac{v_e}{2V_T})^3 = i_0(\frac{v_e}{2V_T})[1 - \frac{1}{3}(\frac{v_e}{2V_T})^2]$$

$$i_s \approx i_0(\frac{v_e}{2V_T})$$

Il faut donc que $\frac{1}{3}(\frac{v_e}{2V_T})^2 << 1$ $\quad$ $K = \frac{1}{2V_T} = 20$

Pour que l'erreur de non linéarité soit inférieure à 10 % :

$$\frac{1}{3}i_0(\frac{v_e}{2V_T})^2 < 0{,}1 \quad \text{soit } v_e < 2V_T\sqrt{\frac{3}{10}}$$

A.N. : $v_e < 27{,}4$ mV.

2.1. Aucun changement : $v_e = V_T\ln(\frac{i_5}{i_4})$.

$$i_s = i_5 - i_4 \quad i_0 = i_4 + i_5 \Rightarrow i_5 = \frac{i_0 + i_s}{2} \text{ et } i_4 = \frac{i_0 - i_s}{2} \quad v_e = V_T\ln(\frac{i_0 + i_s}{i_0 - i_s})$$

2.2 $v_e = v_{D2} - v_{D3}$. Or $i_{D2} = \frac{i_D}{2} + i_e = I_{sat}.\exp(\frac{v_{D2}}{V_T}) \Rightarrow \exp(\frac{v_{D2}}{V_T}) = \frac{\frac{i_D}{2}+i_e}{I_{sat}}$

$$v_{D2} = V_T \ln\left(\frac{\frac{i_D}{2}+i_e}{I_{sat}}\right) \quad v_{D3} = V_T \ln\left(\frac{\frac{i_D}{2}-i_e}{I_{sat}}\right)$$

$$v_e = VT\ln\left(\frac{i_{D2}}{i_{D3}}\right) = V_T\ln\left(\frac{\frac{i_D}{2}+i_e}{\frac{i_D}{2}-i_e}\right)$$

2.3 $\frac{i_0+i_s}{i_0-i_s} = \frac{\frac{i_D}{2}+i_e}{\frac{i_D}{2}-i_e} \Leftrightarrow i_s = \frac{2}{i_D} i_0 i_e$.

2.4 $K = \frac{2}{i_D}$

3.1 $V_E = V^- + v_{D1} + v_{BEQ2} = -V + 2V_0 = -10.6$ V

3.2 $V_E = v_m - R_m i_0 \Leftrightarrow i_0 = \frac{v_m - V_E}{R_m}$

3.3 $i_s = k i_0 v_e$; $v_e = v_p \frac{R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow i_s = k\frac{v_m - V_E}{R_m} v_p \frac{R_2}{R_1+R_2}$

$$v_s = R_c i_s = \frac{kR_2R_C}{R_1+R_2}\frac{v_m - V_E}{R_m} v_p$$

3.4 $v_s = \frac{kR_2R_C}{R_1+R_2} . \frac{E\cos\omega_m t - V_E}{R_m} .V_p\cos\omega_p t$

$$v_s = \frac{kR_2R_C}{R_1+R_2} .V_p.E.(\cos\omega_m t - \frac{V_E}{E})\cos\omega_p t$$

$$v_s = -V_pV_E\frac{kR_2R_C}{R_1+R_2} .(1 - \frac{E}{V_E}\cos\omega_m t)\cos\omega_p t$$

$$A = -V_pV_E\frac{kR_2R_C}{R_1+R_2}$$

$$m = -\frac{E}{V_E}$$

Pour qu'il n'y ait pas de surmodulation , $m \leq 1$: ceci implique que $E \leq 10{,}6$V

3.5 $E = -mV_E = 5{,}3$ V

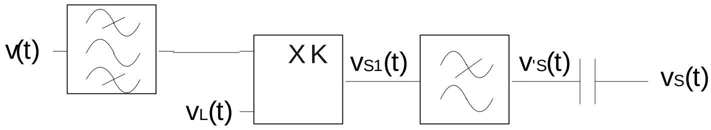
$v_e = v_p \frac{R_2}{R_1+R_2} = V_p \frac{R_2}{R_1+R_2}\cos\omega_p t$, soit $\quad V_{emax} = 1 * \frac{220}{10000+220} = 21{,}5$ mV

On a bien 21,5mV < 27,5mV, donc l'erreur de linéarité est inférieure à 10%

$$A = -V_pV_E\frac{kR_2R_C}{R_1+R_2} = 1{,}38$$

RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT EN AM

Un récepteur AM OC à amplification directe comprend un étage d'entrée constitué d'un filtre passe-bande de coefficient d'amplification en tension A et dont la fréquence centrale est réglable en fonction de la fréquence du signal capté. Pour simplifier les résultats on choisira A = 1.



Le spectre du signal modulant est compris entre f_m et f_M.
Pour une pulsation ω du signal modulant la tension présente à l'entrée du filtre a pour expression :
$v(t) = U_p.(1 + m.\cos\omega t).\cos\Omega t$

1. Selon la norme en vigueur quelle est la valeur de f_{Max} en radiodiffusion ?

2. En déduire la bande passante idéale du filtre d'entrée.

3. Exprimer la puissance normalisée du signal à l'entrée du filtre passe-bande S_e.
A ce signal se superpose un bruit que l'on peut considérer comme blanc dans la bande passante du filtre d'entrée. La puissance normalisée élémentaire de bruit dans une bande de fréquence df a donc pour expression : $dB_e = \eta.df$
η : densité spectrale de puissance de bruit constante pour un bruit blanc.(unité : W.s)

4. Exprimer la puissance de bruit transmise par le filtre B_e.

5. En déduire le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre passe-bande $\rho_e = S_e/B_e$.

Le filtre d'entrée est suivi d'un démodulateur cohérent constitué d'un multiplieur de coefficient K, d'un filtre passe-bas de coefficient d'amplification unitaire dans sa bande passante et d'un condensateur destiné à supprimer la composante continue.
L'oscillateur local délivre une tension $v_L(t) = U_L.\cos\Omega t$.

6. Donner l'expression du signal utile en sortie du multiplieur $v_{s1}(t)$.

7. Quelle doit être la fréquence de coupure du filtre passe-bas idéal ?

8. En déduire l'expression du signal utile en sortie du filtre passe-bas.

9. Exprimer la puissance normalisée du signal en sortie du filtre passe-bas S_s.

Une des pulsations de bruit Ω_b est à l'origine d'une tension de bruit à l'entrée du récepteur :
$b_e(t) = U_b.\cos(\Omega_b t + \psi)$ (ψ est uniformément réparti sur l'intervalle 0 - 2π).

10. Exprimer la puissance élémentaire de bruit a l'entrée due à cette raie, dB_e.

11. Exprimer la tension de sortie du filtre passe-bas $b_{s1}(t)$ due à cette raie.

12. Exprimer la puissance élémentaire de bruit en sortie due à cette raie, dB_s.

13. En déduire la puissance de bruit totale sortie B_s.

14. Exprimer le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre passe-bas $\rho_s = S_s/B_s$.

Pour mesurer l'efficacité du démodulateur on calcule le rapport ρ_s/ρ_e.

15. Exprimer ρ_s/ρ_e. Pour quelle valeur de m ce rapport est-il maximal ?

On définit le **facteur de bruit** du démodulateur : $F_b = \rho_e/\rho_s$

16. Calculer F_b en dB pour la valeur optimale de m. Conclure.

Corrigé

1. 4,5 kHz

2. $BP = 2f_M = 9$ kHz

3. $$S_e = \frac{U_p^2}{2}\left(1+\frac{m^2}{2}\right)$$

4. $$B_e = \int_{F-f_M}^{F+f_M} \eta.df = 2.\eta.f_M$$

5. $$\rho_e = \frac{S_e}{B_e} = \frac{\left(2+m^2\right).U_p^2}{8\eta f_M} \quad \text{donc : } \rho_{e_{Max}} = \frac{3.U_p^2}{8\eta f_M} \quad \text{pour } m=1$$

6. $v_{s1} = K.v(t).v_L(t)$

7. Seul le terme à la pulsation ω doit être conservé, la fréquence de coupure doit donc être très inférieure à Ω/2π tout en étant légèrement supérieure à ω/2π.

8. $$v_{s1} = \frac{K.U_p.U_L m \cos \omega t}{2}$$

9. $$S_s = \frac{(K.U_p.U_L.m)^2}{8}$$

10. $dB_e = U_b^2/2$

11. $b_{s1}(t) = K.U_L.U_b.\cos\Omega t.\cos(\Omega_b t + \psi)$

12. $$b_{s1}(t) = \frac{K.U_L.U_b}{2}\left(\cos[(\Omega_b - \Omega)t + \psi] + \cos[(\Omega_b + \Omega)t + \psi]\right)$$

Seules les composantes de bruit de fréquence proche de celle de la porteuse franchissent le filtre d'entrée du récepteur (passe-bande) , donc $\Omega_b - \Omega \leq 2\pi.f_M$, seul le premier terme de b_{s1} est transmis par le filtre de sortie (passe-bas) et la tension de bruit à sa sortie s'écrit :

$$b_s(t) = \frac{K.U_L.U_b}{2}\cos[(\Omega_b - \Omega)t + \psi]$$

13. La puissance de bruit élémentaire en sortie vaut donc :

$$dB_s = \frac{(K.U_b.U_L)^2}{8} = \frac{(K.U_L)^2}{4}\eta.df$$

Pour calculer la puissance de bruit totale en sortie il faut intégrer dB_s sur la largeur de bande du filtre passe-bas (0 à f_M) mais il ne faut pas oublier qu'une composante de bruit à la pulsation Ω'_b symétrique de Ω_b par rapport à Ω génère la même puissance de bruit élémentaire que celle à la pulsation Ω_b, d'où le facteur 2 devant l'expression suivante :

$$B_s = 2\frac{(K.U_L)^2}{4}\int_0^{f_M}\eta.df = \frac{(K.U_L)^2}{2}\eta f_M$$

14. $$\rho_s = \frac{S_s}{B_s} = \frac{m^2.U_p^2}{4\eta f_M} \quad \text{donc : } \rho_{s_{Max}} = \frac{U_p^2}{4\eta f_M} \quad \text{pour } m=1$$

15. $$\frac{\rho_s}{\rho_e} = \frac{2.m^2}{2+m^2} = \frac{2}{2/m^2+1}$$ augmente avec m

16. En radiodiffusion $m_{Max} = 1$ donc $F_{bdB} = 10\log(\rho_e/\rho_s) = 1{,}76$ dB
Le démodulateur parfait détériore le rapport signal sur bruit.