CORRIGÉ DU BTS 1991

A-1 C'est un phénomène de propagation sans pertes.
$\psi = 2\pi x/\lambda$ λ est la longueur d'onde

A-2
A-2-a
$\underline{U}(B) = \underline{Z}.\underline{I}(B)$ avec $\underline{U}(B) = \underline{U}_D(B) + \underline{U}_R(B)$ **(a)** et $\underline{I}(B) = \underline{I}_D(B) + \underline{I}_R(B)$

D'autre part : $\underline{U}_D(B) = R_c.\underline{I}_D(B)$ et $\underline{U}_R(B) = -R_c.\underline{I}_R(B)$

Donc : $\underline{U}(B) = \underline{Z}.[\underline{I}_D(B) + \underline{I}_R(B)] = \underline{Z}.[\underline{U}_D(B) - \underline{U}_R(B)]/R_c$ **(b)**

En identifiant (a) et (b), on obtient :

$$\underline{U}_D(B)\left[\frac{\underline{Z}}{R_C}-1\right]=\underline{U}_R(B)\left[\frac{\underline{Z}}{R_C}+1\right] \quad \text{soit encore} \quad \underline{U}_R(B)=\underline{U}_D(B)\left[\frac{\underline{Z}-R_C}{\underline{Z}+R_C}\right] \ \textbf{(c)}$$

A-2-b
L'onde réfléchie se propage de B vers M, la distance BM valant l-x :
$\psi = 2\pi(l\text{-}x)/\lambda$

$$\underline{U}_R(M)=\underline{U}_R(B).\exp\left(\frac{-j2\pi(l-x)}{\lambda}\right) \ \textbf{(d)}$$

A-3
En reportant c dans d, on obtient :

$$\underline{U}_R(M)=\underline{U}_D(B).\left[\frac{\underline{Z}+R_c}{\underline{Z}-R_c}\right]\exp\left(\frac{-j2\pi(l-x)}{\lambda}\right)$$

or $\underline{U}_D(B)=U_0\exp\left(\frac{-j2\pi l}{\lambda}\right)$ donc :

$$\underline{U}_R(M)=U_0.\left[\frac{\underline{Z}+R_c}{\underline{Z}-R_c}\right]\exp\left(\frac{-j2\pi(2l-x)}{\lambda}\right)$$

d'autre part : $\underline{U}_D(M)=U_0.\exp\left(\frac{-j2\pi x}{\lambda}\right)$

$\underline{U}(M) = \underline{U}_D(M) + \underline{U}_R(M) =$

$$\underline{I}(M) = \underline{I}_D(M) + \underline{I}_R(M) = \frac{U_D(M)-U_R(M)}{R_c} = \frac{U_0}{R_c}.\left[\exp\left(\frac{-j2\pi x}{\lambda}\right)-\underline{k}.\exp\left(\frac{-j2\pi(2l-x)}{\lambda}\right)\right]$$

A-4 : En A, x = 0, donc :

$$\underline{U}(A)=U_0.\left[1+\underline{k}.\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)\right] \qquad \underline{I}(A)=\frac{U_0}{R_c}.\left[1-\underline{k}.\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)\right]$$

$$\underline{Z}_E=\frac{\underline{U}(A)}{\underline{I}(A)}=R_c\frac{1+\underline{k}.\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)}{1-\underline{k}.\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)}$$

A-5

$$\underline{k}=\frac{-jx-R_C}{-jx+R_C}=-\frac{R_C+jx}{R_C-jx}=-(1,2\arctan(x/R_c))=-(1,\vartheta)=-e^{j\vartheta}$$

$$\underline{Z}_E=R_c\,\frac{1-\exp(j\vartheta).\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)}{1+\exp(j\vartheta).\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)}=R_c\,\frac{1-\exp\left(\frac{j(\vartheta-4\pi l)}{\lambda}\right)}{1+\exp\left(\frac{j(\vartheta-4\pi l)}{\lambda}\right)}=jR_c.\tan\left(\frac{2\pi l}{\lambda}-\frac{\vartheta}{2}\right)$$

A-6 L'extrémité étant en court-circuit, $\underline{Z}$ = 0 et $\underline{k}$ = -1

$$\underline{Z}_E=R_c\,\frac{1-\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)}{1+\exp\left(\frac{-j4\pi l}{\lambda}\right)}=jR_c.\tan\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)=jL\omega \qquad L = 64{,}3\ \text{nH}$$

A-7

$$\underline{Z}_E=jR_c.\tan\left(\frac{2\pi l}{\lambda}-\frac{\vartheta}{2}\right)=jL\omega \qquad \text{avec } \vartheta=2\arctan\left[\frac{1}{R_cC\omega}\right] \qquad L = 40{,}9\ \text{nH}$$

B : ETUDE DE L' OSCILLATEUR.

B-1 $\gamma'=C_1+\frac{C_2.C_D}{C_2+C_D}$

B-2 $X_1 + X_2 + X_3 = 0$ s'écrit $L'\omega-\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{\gamma'}+\frac{2}{C}\right)=0$

donc : $\omega_L=\frac{1}{\sqrt{L'C'}}$ avec $\frac{1}{C'}=\frac{1}{\gamma'}+\frac{2}{C}$

γ' est maximale lorsque $C_D \to \infty$ et vaut alors $C_1 + C_2$ soit 1,64 pF << C = 56 pF.

Par conséquent C » γ' et C' ≈ γ' donc : $\omega_L=\frac{1}{\sqrt{L'\gamma'}}$

B-3 V_P = 3,0 V γ'_1 = 1,5833 pF V_P = 6,0 V γ'_2 = 1,5605 pF

$$\alpha=\frac{\delta\gamma'}{\delta V_p}=-7{,}6\,\text{pF}/\text{V}$$

Lorsque la tension passe de 3V à 6V, la capacité diminue de 3α (car 6-3 = 3).

Pour passer d'un canal au suivant la variation de tension sera de 3/255 V et la capacité diminuera de 3α/255 = $8{,}94.10^{-5}$ pF

B-4

$$\omega_L=\frac{1}{\sqrt{L'\gamma'}}=(L'\gamma')^{-1/2} \quad \text{donc} \quad \frac{d\omega_L}{\omega_L}=-\frac{d\gamma'}{2\gamma'} \text{ et } \frac{\delta\omega_L}{\omega_L}=-\frac{\delta\gamma'}{2\gamma'}$$

$\delta f_L=-f_L\frac{\delta\gamma'}{2\gamma'}$ Pour f_L = 447,8 MHz, $\gamma' = (\gamma'_1 + \gamma'_2)/2$ donc δf_L = 12,62 kHz

B-5 $\delta\omega_L = 2\pi\delta f_L = -\pi f_L \dfrac{\delta\gamma'}{\gamma'} = -\dfrac{\pi f_L}{\gamma'}\alpha\delta V_p = K.\delta V_p$

$$K = -\frac{\pi f_L}{\gamma'}\alpha = 6{,}74.10^6 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$$

C : ETUDE DE LA BOUCLE

C-1 La transmittance du filtre a pour expression $\underline{H}_1(j\omega) = \dfrac{2{,}4}{(1+jRC_3\omega)^2}$

Son module $|\underline{H}_1(j\omega)| = \dfrac{2{,}4}{1+(RC_3\omega)^2}$ a pour valeur $4{,}31.10^{-3}$ à la fréquence $2.f_A$ = 25 kHz

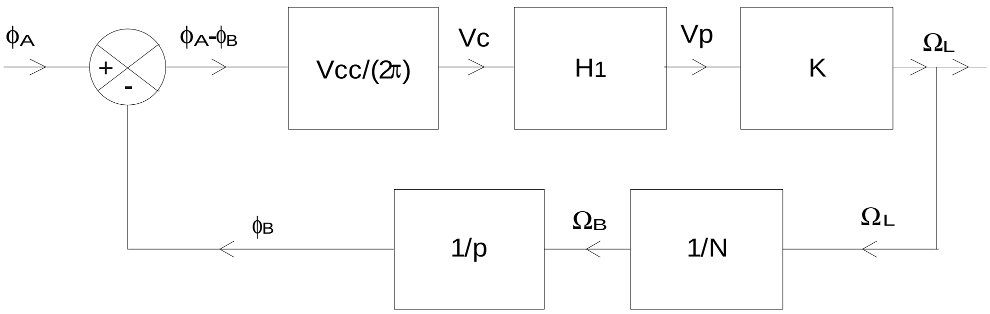
L'amplitude du signal de sortie vaut donc V'_p= 17,3 mV

Le filtre passe-bas est destiné à donner la valeur moyenne du signal.

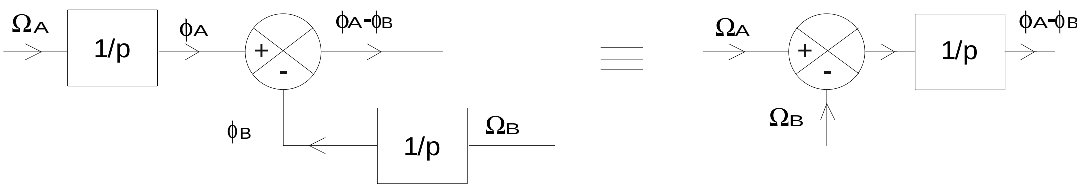
$$H_1(p) = \frac{2{,}4}{(1+RC_3p)^2}$$

C-2 $\omega_B(t) = \dfrac{d\varphi_B}{dt}$ donc $\dfrac{\phi_B}{\Omega_B} = \dfrac{1}{p}$

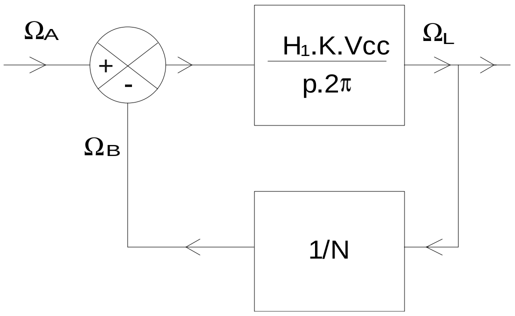
C-3



C-4



donc :



$$H_1(p) = \frac{2{,}4.K.V_{CC}}{2\pi p(1+RC_3p)^2}$$

On trouve : $\omega_1 = 6{,}67.10^3$ rad/s et $H_0 = 21{,}7.10^6$

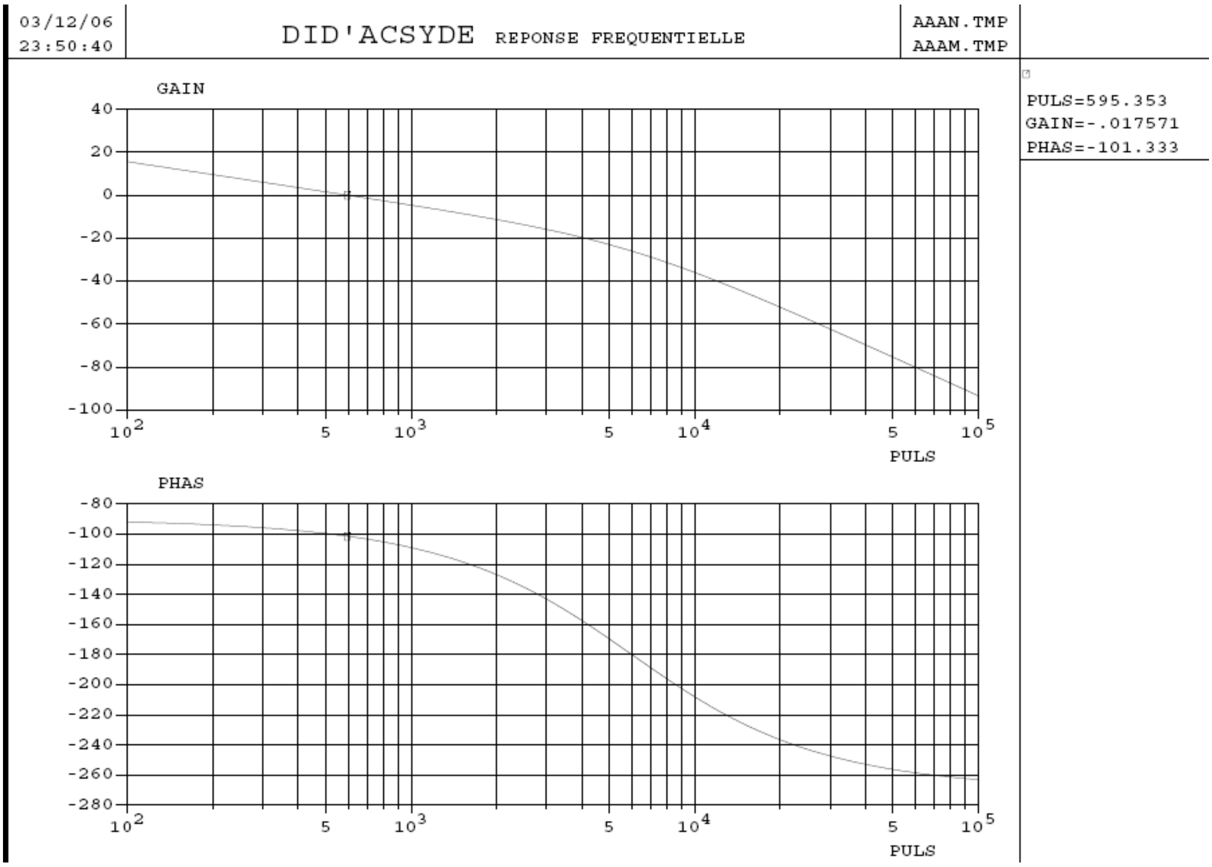
C-5 $f_L = N.f_A$

C-6 $N = 4478000/12,500 = 35824$

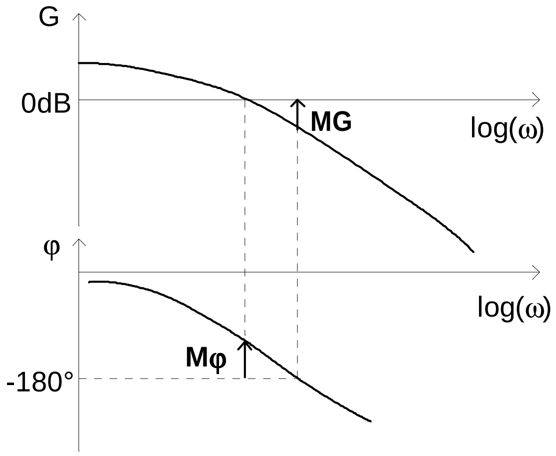
l'écart de fréquence qui sépare deux canaux consécutifs vaut 12,5 kHz

C-7

C-7.a $T(p) = H(p)/N$



Un système est stable en boucle fermée si, pour un argument de –180° de la FTBO le gain est inférieur à 0 dB. Les marges de gain et de phase sont déterminées ainsi sur la FTBO :



C-7.b $\omega = 600$ rad/s $M\varphi = 78,6°$, la stabilité est suffisante.

C-8

C-8.a

$$H'(p) = \frac{H_0/p}{1+\frac{H_0}{Np}} = \frac{N}{\frac{N}{H_0}p+1} = \frac{\Omega_L(p)}{\Omega_A(p)}$$

C-8.b $\frac{N}{H_0}\frac{d\omega_L}{dt}+\omega_L = N.\omega_A$

C-8.c L'équation différentielle a pour solution $f_L = A.e^{-t/\tau} + N.f_A$ avec $\tau = N/H_0$

À l'instant t = 0 la fréquence du VCO est égale à f_L = 447,8 MHz et N = N_2 = 35864 donc :

$447{,}8 = A + 35864.12{,}5.10^{-3}$ soit $A = -0{,}5$ MHz

finalement : $f_L = -0{,}5.e^{-t/\tau} + 448{,}3$ exprimée en MHz.

f_L(t) évolue exponentiellement entre 447,8 MHz et 448,3 MHz.

C-8.d Il faut résoudre l'équation $f_L = -0{,}5.e^{-t/\tau} + 448{,}3 = 448{,}3 - 10^{-3}$

On obtient : $t = \tau.\mathrm{Ln}(2.10^{-3})$ = 10,3 ms